COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 AOUT 1901.

PRÉSIDENCE DE M. FOUQUÉ.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le théorème de Poisson et un théorème récent de M. Buhl.* Note de M. **Paul Appell**.

« Dans la séance du 11 février 1901, M. Buhl a communiqué à l'Académie une proposition générale dont il a déduit comme cas particulier le célèbre théorème de Poisson et dont il a développé les conséquences dans une Thèse soutenue devant la Faculté des Sciences de Paris (1); la même proposition se trouve énoncée dans un Mémoire de M. de Donder (2), paru peu après la Note de M. Buhl.

(1) *Sur les équations différentielles simultanées et la forme aux dérivées partielles adjointe.* Thèse soutenue le 14 juin 1901; Naud, éditeur.

(2) *Étude sur les invariants intégraux* (*Rendiconti del Circolo matematico di Palermo,* séance du 17 mars 1901).

» Sans vouloir rien retirer à l'intérêt de cette proposition qui, dans un exposé systématique, doit précéder et préparer le théorème de Poisson, je me propose de montrer que le théorème de M. Buhl peut être considéré, à son tour, comme une conséquence du théorème de Poisson.

» Considérons des équations différentielles de la forme

$$(1)\qquad \frac{dx_1}{dt} = X_1, \qquad \frac{dx_2}{dt} = X_2, \qquad \ldots, \qquad \frac{dx_n}{dt} = X_n,$$

où les X_i sont des fonctions données de $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Introduisons des variables parasites $y_1, y_2, \ldots, y_n$, en posant avec Liouville

$$(2)\qquad H = y_1 X_1 + y_2 X_2 + \ldots + y_n X_n;$$

nous pourrons remplacer le système (1) par les équations canoniques

$$(3)\qquad \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial y_i}, \qquad \frac{dy_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

dont les dernières servent à définir les y_i.

» Pour qu'une fonction $\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n; y_1, y_2, \ldots, y_n)$ soit une intégrale de ce dernier système, il faut et il suffit que la parenthèse

$$(4)\qquad (\varphi, H) = \sum \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{\partial H}{\partial y_i} - \frac{\partial \varphi}{\partial y_i} \frac{\partial H}{\partial x_i} \right)$$

soit identiquement nulle. Cherchons, en particulier, une intégrale du système (3), de la forme

$$(5)\qquad \varphi = y_1 Y_1 + y_2 Y_2 + \ldots + y_n Y_n,$$

les Y_i étant des fonctions de $x_1, x_2, \ldots, x_n$ seulement. En écrivant que la condition (4) a lieu quels que soient $y_1, y_2, \ldots, y_n$, on obtient les n équations

$$(6)\qquad \sum_{i=1}^{i=n} X_i \frac{\partial Y_k}{\partial x_i} = \sum_{i=1}^{i=n} Y_i \frac{\partial X_k}{\partial x_i} \qquad (k = 1, 2, \ldots, n),$$

qui définissent les Y_i. Ces fonctions sont donc celles que M. Buhl a appelées *adjointes* et qu'il a étudiées en détail.

» La fonction (5) étant ainsi une intégrale du système canonique (3), imaginons que l'on ait une intégrale $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ du système (1); ce sera aussi une intégrale du système canonique (3). Alors, d'après le théo-

rème de Poisson, la parenthèse

$$(F, \varphi) = Y_1 \frac{\partial F}{\partial x_1} + Y_2 \frac{\partial F}{\partial x_2} + \ldots + Y_n \frac{\partial F}{\partial x_n}$$

est encore une intégrale, ce qui donne le théorème de M. Buhl. »

BALISTIQUE. — *Loi des pressions dans les bouches à feu. Recherche de l'exposant de lenteur.* Note de M. E. Vallier.

« Dans une Note insérée aux *Comptes rendus* du 22 juillet dernier, nous avons introduit en balistique intérieure la notion de l'exposant de lenteur. Nous revenons aujourd'hui sur sa détermination.

» Lorsqu'on ne connaît ou l'on ne se donne que la vitesse initiale et la pression maximum, on peut certainement en déduire le coefficient de fatigue α : si le poids de la charge est inconnu, on pourra cependant en tenir compte d'une manière approchée en évaluant ladite charge d'après les autres éléments : en l'estimant par exemple au quart ou au cinquième du poids du projectile.

» On sait, d'autre part, que, ce coefficient α une fois déterminé, les éléments de la courbe des pressions s'en déduisent à l'aide de formules fournies par l'étude de la fonction $P(z)$.

» Mais, en général, on dispose d'une autre donnée soit expérimentale, soit théorique. Ce sera, par exemple, la durée du trajet du projectile dans l'âme, mesurée soit directement, soit par l'intermédiaire du recul du canon; ce pourra être la pression à la bouche de la pièce, mesurée à l'aide d'un crusher convenablement calibré et taré au préalable par l'effort d'une pression connue, un peu inférieure à la pression présumée; ce sera telle autre donnée expérimentale que l'on aura pu obtenir et qu'il sera facile de rattacher théoriquement à la fonction $P(z)$. La connaissance du tracé du canon peut encore fournir un autre élément du problème, comme il va être expliqué.

» J'ai montré dans la *Balistique des nouvelles poudres* que, pour une longueur d'âme suffisante et avec une poudre appropriée, on pouvait écrire l'expression de la vitesse initiale à l'aide de l'équation de la détente adiabatique des gaz développés par la combustion, en adoptant pour rapport des chaleurs spécifiques dans ces conditions de haute température le rapport 1,1, et tenant compte du covolume des gaz précités. Dès lors, en

différentiant cette expression, on pourra obtenir l'accélération du mouvement, c'est-à-dire la pression, dans le voisinage de la bouche, pression que nous savons d'autre part évaluer sous la forme $P_1 P(\alpha)$, et en égalant ces deux valeurs on en déduit une relation entre la fonction

$$P(\alpha) = \alpha P(\alpha),$$

et le rapport $\frac{S'}{s'}$ du volume total de l'âme à celui de la chambre, l'un et l'autre diminués du covolume des gaz.

» [Cette relation, pour ceux des lecteurs qui se reporteraient à l'Ouvrage précité, s'écrit $Q(\alpha) = \frac{1}{10x^2}\left(1 - \frac{s'}{S'}\right)$].

» Or, on peut concevoir que la fonction $P(z)$ contienne un paramètre β, et que des Tables numériques des diverses fonctions déduites analytiquement de $P(z)$, comme il a déjà été indiqué, fonctions $\Theta(\alpha)$, $\Phi(\alpha)$, $W(\alpha)$, $T(\alpha)$, $P(\alpha)$, $Q(\alpha)$, aient été dressées à l'avance pour différentes valeurs de β. Dès lors, en rapprochant ces Tables de l'une des données signalées plus haut (pression à la bouche, durée de trajet, tracé intérieur, etc.), on en déduira le paramètre β le plus probable dans le cas considéré.

» Ainsi supposons que l'on ait mesuré la pression P à la bouche et, bien entendu, la pression maximum L_1 : on en déduira le rapport $\frac{P}{P_1} = P(\alpha)$. D'autre part, on connaît α. Si donc on rapproche cette valeur numérique trouvée pour $P(\alpha)$ des Tables dressées pour cette fonction avec diverses valeurs de β, on en déduira la valeur la plus probable de ce dernier paramètre et, par suite, la courbe des pressions et les autres éléments les plus probables à employer.

» Par exemple, pour $\alpha = 1{,}80$, on a pour $P(\alpha)$, en fonction de β, les valeurs suivantes :

$\beta =$	1	1,5	2	2,5	3	4	5
$P(1{,}80) =$	0,227	0,212	0,194	0,189	0,180	0,168	0,162

et si l'on a trouvé d'autre part $\frac{P}{P_1} = \frac{1}{5}$ ou 0,2, on adoptera $\beta = 2$.

» Il peut arriver que l'on dispose de plus d'une donnée supplémentaire, et qu'à chacune de ces données corresponde une valeur de β différente : le fait ne saurait surprendre, le phénomène en lui-même étant tellement complexe qu'il ne peut certainement se représenter par une fonction $f(\beta, z)$ à un seul paramètre. Dans ce cas, il appartiendra à l'expérimentateur de

prendre pour β soit une valeur intermédiaire, soit celle des valeurs trouvées qui correspond à la donnée expérimentale la plus probable. Si parmi ces données figure la fonction Q(α), on n'oubliera pas que cette valeur, calculée pour le cas de la combustion complète de la poudre, risque d'être inférieure à la valeur réelle du produit αP(α) et ne doit être utilisée que sous ces réserves, surtout si la poudre est lente, c'est-à-dire si α est faible.

» Si l'on ne dispose d'aucune donnée pour la détermination de β, on pourra l'évaluer par la relation empirique

$$(\alpha - 1)\beta = 2.$$

» La méthode ainsi présentée reste générale, applicable à toute forme de la fonction P(β, z), que cette forme soit celle du type exponentiel dont nous avons fait usage jusqu'à présent (*Comptes rendus* du 22 juillet 1901) ou telle autre fonction f(β, z) que l'on viendrait à reconnaître comme plus conforme à l'expérience.

» Des Tables des différentes fonctions balistiques ainsi définies, pour diverses valeurs de β, seront publiées dans le *Mémorial des Poudres et Salpêtres* et dans la *Revue de Mécanique* pour servir aux applications. Elles sont naturellement calculées à l'aide des fonctions du type exponentiel dont il vient d'être question. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle méthode de préparation de l'aniline et des alcalis analogues*. Note de MM. **Paul Sabatier** et **J.-B. Senderens**.

« Dans diverses Communications antérieures, nous avons indiqué que l'hydrogène libre, agissant à température peu élevée en présence de certains métaux divisés, peut se fixer directement sur diverses molécules organiques incomplètes. C'est une méthode générale, qui peut fréquemment être substituée avec avantage aux méthodes habituelles d'hydrogénation, dites par l'hydrogène naissant (acide iodhydrique en tubes scellés; amalgame de sodium et eau; fer, zinc, ou étain, et acides étendus, etc.). C'est dans le nickel récemment obtenu par réduction de son oxyde que nous avons rencontré la plus grande activité de fixation; mais le cobalt réduit, le fer réduit, le cuivre ou le platine divisés, possèdent une aptitude analogue.

» Nous avons trouvé que notre méthode d'hydrogénation permet de

transformer très facilement le nitrobenzène ou dérivés nitrés analogues en aniline ou alcalis correspondants.

» Le cuivre convient ici très bien pour effectuer la réaction. Dans un tube où se trouve étalée une colonne de cuivre préalablement obtenu par réduction de son oxyde, et chauffé vers 300°-400°, on dirige les vapeurs d'aniline entraînées par un courant d'hydrogène en excès : le dispositif à tube capillaire, employé par nous pour l'hydrogénation du benzène et des carbures homologues (*Comptes rendus*, t. CXXXII, p. 566; 1901), peut être utilisé avec avantage. La transformation est complète :

(1) $$C^6H^5.NO^2 + H^n = C^6H^5.NH^2 + 2H^2O + H^{n-6}.$$

» Le volume du gaz diminue beaucoup : dans un vase disposé au delà du tube à cuivre, on condense un mélange d'eau et d'aniline à peu près incolore, facilement séparables par simple décantation. Le rendement est sensiblement total. La réaction peut se poursuivre indéfiniment sans altération du métal.

» Si l'excès d'hydrogène mélangé aux vapeurs d'aniline est insuffisant [1], le produit obtenu est coloré en rouge orangé par une certaine quantité d'azobenzène, ou même de nitrobenzène non transformé.

» L'orthonitrotoluène, le métanitrotoluène, substitués au nitrobenzène dans la préparation, fournissent dans les mêmes conditions l'orthotoluidine, la métatoluidine, sensiblement pures, et il en est ainsi des autres dérivés nitrés analogues, qui fournissent de même les alcalis correspondants. Nous nous proposons de revenir prochainement sur ce sujet.

» Le cuivre très divisé, tel que celui qui est préparé par l'industrie pour la dorure en faux au vernis, peut être employé à la place du cuivre réduit. D'ailleurs l'opération peut être interrompue et reprise avec le même cuivre, parce que l'oxyde qui a pu altérer sa surface disparaît rapidement par l'action de l'hydrogène à 300°-400°, température de la réaction.

» Le nickel récemment réduit de son oxyde est, nous le savons, un hydrogénant plus actif que le cuivre : en effet, il réalise plus aisément encore la transformation du nitrobenzène, mais il peut dépasser le but et exagérer la fixation d'hydrogène.

» Au voisinage de 200°, la réaction a lieu normalement, sans perturbations notables : on obtient une aniline très pure tout à fait incolore. Vers 250°, on constate déjà une production appréciable d'ammoniaque, selon la réaction :

(2) $$C^6H^5.NO^2 + H^8 = C^6H^6 + NH^3 + 2H^2O.$$

» Il y a formation simultanée d'un peu de benzène et aussi de cyclohexane.

---

[1] Il en serait ainsi si l'on se bornait à employer le volume théorique, ou même une dose de beaucoup inférieure au double de ce dernier.

» Le rendement en aniline va en diminuant à mesure que la température s'élève; il devient mauvais au-dessus de 300°, où la formation de benzène [réaction (2)] est plus importante. Si à ce moment l'hydrogène est en grand excès, on a surtout la réaction :

$$(3) \qquad C^6H^5NO^2 + H^{26} = 6CH^4 + NH^3 + 2H^2O.$$

» La contraction est très forte, et les gaz dégagés contiennent beaucoup de méthane.

» En opérant au-dessus de 300°, en présence d'une moindre quantité d'hydrogène, on obtient, à côté de l'aniline, du benzène et de l'ammoniaque, une certaine dose de diphénylamine qui se trouve dans les queues de distillation et est facile à caractériser par ses réactions. Ainsi que nous l'avons constaté par une expérience directe, ce dernier composé résulte de l'action du nickel sur la vapeur d'aniline au-dessus de 300°. On a alors :

$$2C^6H^5NH^2 = NH^3 + (C^6H^5)^2NH.$$

» Le cobalt réduit se comporte à peu près comme le nickel. Il en est de même du fer réduit par action prolongée de l'hydrogène sur l'oxyde vers 450°-500° : mais la difficulté de préparation de ce métal rend son emploi peu avantageux.

» Le platine divisé (noir de platine, mousse de platine, amiante platinée), chauffé vers 230°-310°, permet de réaliser la transformation du nitrobenzène et similaires à peu près dans les mêmes conditions que le cuivre, c'est-à-dire sans formation d'ammoniaque. Mais s'il y a insuffisance de l'excès d'hydrogène, il y a une tendance marquée à la formation de cristaux blancs d'hydrazobenzène.

» Le *gaz de l'eau*, mélange à volumes égaux d'hydrogène et d'oxyde de carbone, peut, dans les diverses préparations qui viennent d'être décrites, remplacer l'hydrogène pur, et son emploi est au moins aussi avantageux, soit avec le cuivre à 300°-400°, soit avec le nickel à 200°-230°, parce que l'oxyde de carbone intervient lui-même dans une certaine mesure dans la réaction, selon la formule

$$C^6H^5.NO^2 + 2CO + H^2 = 2CO^2 + C^6H^5.NH^2.$$

» En effet, les gaz dégagés entraînent une assez forte proportion d'anhydride carbonique. Cette proportion est plus importante avec le cuivre qu'avec le nickel; elle est très faible avec le platine divisé, pour lequel le gaz de l'eau n'agit guère que par son hydrogène. Les rendements en aniline et alcalis analogues, ainsi que la pureté des produits obtenus, sont pour le moins aussi bons qu'avec l'hydrogène pur.

» Le *gaz d'éclairage*, bien purifié, par exemple au moyen du passage sur une colonne de tournure de cuivre chauffée au rouge, peut également être substitué à l'hydrogène pur dans les mêmes préparations.

» Le bas prix de revient du gaz de l'eau, ou du gaz de houille, et la

possibilité d'employer le cuivre, métal peu coûteux qui peut du reste servir indéfiniment pour effectuer la réaction, permettent de penser que ce nouveau procédé de réduction directe sera avantageusement substitué par l'industrie au procédé par voie humide, dit de Béchamp, pour la préparation de l'aniline et des alcalis analogues.

» Nous avons pu réaliser de même l'hydrogénation directe des dérivés nitrés forméniques, ainsi que des composés oxydés de l'azote : nous nous proposons d'indiquer prochainement les résultats obtenus, ainsi que ceux que nous ont fournis les nitriles, la pyridine et ses homologues. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. H. **Bernier** adresse un Mémoire intitulé : « Étude sur l'aviation ».

(Commissaires : MM. Marey, Maurice Lévy.)

M. **Hosden** adresse un complément à sa précédente Communication relative à la navigation aérienne.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, trois Volumes des Bulletins de la Société d'Histoire naturelle d'Autun. (Présentés par M. Albert Gaudry.)

ASTRONOMIE. — *Sur la variation lumineuse de la planète Éros. Courbes de lumière. Amplitude de la variation.* Note de M. **Ch. André**, présentée par M. Lœwy.

« Dans une Communication précédente [1], j'ai indiqué les résultats de nos observations relativement à la durée de la variation lumineuse d'Éros et aux intervalles des points tropiques de la courbe de lumière ; les chan-

[1] *Comptes rendus*, 29 juillet 1901.

gements d'intensités relatives des différentes parties de cette courbe offrent aussi quelques particularités intéressantes.

» En l'absence de mesures photométriques directes des étoiles de comparaison, nous ne pouvons que donner les variations relatives de l'éclat dans chaque soirée, mais non comparer les éclats absolus des différentes soirées.

» Voici les conclusions de l'examen des courbes de lumière déduites de la combinaison de toutes les observations.

» 1° Toutes les fois que, dans une même soirée, on a pu obtenir les minima des deux ordres, toujours le minimum impair a paru un peu plus faible, en moyenne de $0^{gr},2$, que le minimum pair;

» 2° La forme de la courbe de lumière aux environs des minima n'a pas changé sensiblement pendant toute la durée des observations;

» 3° Le maximum impair a toujours été plus étalé que le maximum pair, c'est-à-dire que la variation lumineuse y a toujours été moins rapide; de plus, la forme de la courbe lumineuse au voisinage des maxima a été assez variable; ainsi le 9 avril le maximum pair était aussi aigu que les minima, tandis que le lendemain 10 la courbe n'a présenté, pendant quarante minutes autour du maximum impair, que des variations à peine perceptibles;

» 4° Lorsque les deux maxima ont pu être observés dans une même soirée, le maximum pair a, en général, paru un peu plus brillant, en moyenne de $0^{gr},2$, que le maximum impair;

» 5° Le Tableau suivant donne les valeurs successives de l'amplitude de la variation lumineuse d'Éros pendant chaque soirée d'observation. [Les nombres marqués (*a*) sont incertains, le ciel ayant été fréquemment nuageux pendant ces deux soirées.]

Date.			Amplitude.	Date.			Amplitude.
			gr				gr
1901.	Février	20.......	2,0	**1901.**	Mars	28.......	1,1
		21.......	1,7			29.......	1,1
		22.......	2,0		Avril	9.......	1,2
		23.......	1,5			10.......	0,9
		25.......	1,6			15.......	0,5
		26.......	1,4			17.......	0,4
		27.......	1,3			18.......	0,4
	Mars	8.......	1,2			19.......	0,2
		9.......	1,4 (*a*)			24.......	0,0
		16.......	1,8 (*a*)				

» Il montre que, depuis le 20 février, cette amplitude, d'abord de deux grandeurs, a diminué d'une façon à peu près continue; cette diminution a été surtout rapide à partir du 9 avril, si bien que, le 19, la variation, quoique encore certaine, n'était plus que de deux ou trois dixièmes de grandeur et que, le 20, elle est fort incertaine. Le 23, l'état du ciel n'a permis qu'une heure quinze minutes d'observation, intervalle

de i sont finies et séparées par $\xi = -2$. *Les pôles, dans la solution du problème considéré, sont donc répartis sur un segment limité qui renferme à son intérieur un point singulier essentiel.*

» Il en est de même dans toutes les autres hypothèses que l'on peut faire sur les h, h', et qui ont trait aux divers problèmes [1] que l'on peut se poser sur l'enveloppe sphérique. Considérons, par exemple, le cas où $h_1 = h_2 = h_3 = 0$; il correspond au problème où les efforts sont imposés sur les deux sphères qui limitent l'enveloppe. L'équation du second degré à laquelle ξ doit satisfaire est

$$\left(\xi - \frac{2i+1}{2i^2+4i+3}\right)\left(\xi + \frac{2i+1}{2i^2+1}\right)$$
$$= \frac{(i-1)i(i+1)(i+2)(2i-1)(2i+3)}{(2i^2+4i+3)(2i^2+1)} \frac{(a'^2 - a^2)^2}{(a'^{2i+3} - a^{2i+3})(a'^{-2i+1} - a^{-2i+1})} \xi^2.$$

» *Le point singulier essentiel est ici* $\xi = 0$; ce résultat montre quelles difficultés on rencontrerait si, comme on pourrait être tenté de le faire, on commençait l'étude des fonctions U, V, W de ξ dans le voisinage de $\xi = 0$. Un autre fait remarquable, sur lequel nous nous proposons de revenir, est que, dans ce second cas, *les extrémités du segment qui contient les points critiques de* ξ *sont* $\xi = -1$, $\xi = \frac{1}{3}$; *elles ne dépendent pas des rayons* a *et* a'.

» Revenons au cas général; lorsqu'on fait varier simultanément de 0 à ∞ les rapports $\frac{h'_1}{h_1}$, $\frac{h'_2}{h_2}$, le segment des points critiques se déplace dans le sens positif de l'axe des ξ, et le point singulier essentiel passe par toutes les valeurs intermédiaires entre -2 et 0; le segment ne franchit jamais le point $\xi = \frac{1}{3}$, ce qui est d'accord avec la proposition de Betti et de Kirchhoff relative à l'existence unique de la solution.

» On observera que, si l'on fait $a = 0$ dans les équations précédentes, on ne retrouve pas les résultats donnés dans nos Notes du 12 avril 1898 et

---

[1] M. Boussinesq paraît avoir eu le premier l'idée de considérer les problèmes dans lesquels les données à la surface ne sont pas toutes des composantes du déplacement ou toutes des composantes de l'effort. Cette idée, qui se retrouve dans une Note récente du même auteur sur le problème des températures, a été appliquée par M. Marcolongo au cas de la sphère élastique. On remarquera que les quantités $\frac{h'_1}{h_1}$, $\frac{h'_2}{h_2}$, $\frac{h'_3}{h_3}$ définissent une quantité dirigée qui a un rôle analogue à celui du coefficient relatif au rayonnement dans le problème des températures.

du 29 juillet 1901; on impose, en effet, ici, au centre de la sphère, une condition supplémentaire. »

MÉCANIQUE. — *Sur une relation qui existe probablement entre l'angle caractéristique de la déformation des métaux et le coefficient newtonien de restitution.* Note de M. G. **Gravaris**.

« Les expériences de M. le commandant Hartmann ont montré que les déformations des métaux et, en général, des corps peu poreux, se manifestent toujours suivant des lignes faisant avec la direction de l'effort un angle inférieur à 90° et caractéristique du corps ([1]). En comparant les valeurs trouvées pour cet angle avec celles de la constante e, découverte par Newton, pour le choc de deux corps qui n'en aient pas subi une déformation permanente, constante qui caractérise l'élasticité de ces corps et que sir W. Thomson appelle *coefficient de restitution,* j'ai déduit qu'elles sont liées, à de petites différences près, par la relation

$$e = \frac{2\alpha}{\pi}. \qquad (1)$$

» La valeur du coefficient e a été déterminée jusqu'ici pour peu de corps. Je n'ai pu recueillir que celles qu'il prend pour les substances suivantes, pour lesquelles il existe, en même temps, des observations sur l'angle α.

Substance.	Valeur de e.	Valeur de $\frac{2\alpha}{\pi}$.
Fer	$\frac{5}{9}$ (Newton) ([2])	$\frac{50}{90}$ (Duguet) ([3])
Cuivre	0,6837 (Tammen) ([4])	$\frac{62}{90}$ (Hartmann) ([5])
Zinc	0,7010 (Tammen)	$\frac{65}{90}$ (Hartmann)
Verre	$\frac{15}{16}$ (Newton)	

» La valeur de α pour le verre n'a pas été mesurée exactement, mais elle doit être peu différente de 84°, valeur que donne l'équation (1), ainsi qu'on peut juger de l'inclinaison de sa cassure obtenue par compression.

([1]) *Comptes rendus,* t. CXVIII, p. 520 et 738, t. CXXIII, p. 444 et 639.
([2]) Thomson et Tait, *Natural Philosophy,* t. I, p. 278; 1879.
([3]) Capitaine Duguet, *Déformation des corps solides,* 2e Partie, p. 28; 1885.
([4]) Tammen, *Inaugural Dissertation,* p. 51. Leipzig, 1881.
([5]) *Revue d'Artillerie,* t. XLV, p. 105.

» La relation (1) n'est pas du reste en désaccord avec les propriétés connues de la matière. On admet, en effet, que l'action d'une force appliquée sur un corps se transmet, à l'intérieur de ce corps, au moyen de chocs des molécules qui le constituent. Si je considère deux molécules contiguës, immédiatement avant le commencement et après la fin d'une de leurs collisions, j'aurai identiquement, entre les vitesses de translation et angulaires de leurs centres de gravité,

$$\frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2} = \frac{\omega'_2 - \omega'_1}{\omega_1 - \omega_2},$$

les rayons de rotation étant supposés égaux. Le premier membre étant égal à $-e$, la vitesse angulaire relative, qui fut $-\frac{\pi}{2}$ avant le choc, serait $\alpha = \omega'_2 - \omega'_1$ et inférieure à $\frac{\pi}{2}$, si l'élasticité des molécules n'est pas parfaite, après la fin de la collision. Cette vitesse sera $\frac{\pi}{2}$ au commencement du choc suivant et devient égale à $-\alpha$, au moment où les deux molécules se séparent de nouveau. Dans les intervalles des chocs, une portion, égale à $1 - \frac{4\alpha^2}{\pi^2}$, de l'énergie cinétique se transformerait, sous l'action des molécules environnantes, en vibrations transversales. Il se produira, par conséquent, des vibrations formant, comme les lignes observées par M. Hartmann, les angles α, $-\alpha$, $\alpha - \frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2} - \alpha$, avec la direction de l'effort.

» Il semble ainsi probable que chacune des vibrations, longitudinale et transversale, d'une molécule fait naître, chez les corps imparfaitement élastiques et dans la période des mouvements réversibles, deux espèces d'ondes : les unes longitudinales, les autres transversales. Ce seraient les premières dans le cas d'extension, les secondes dans le cas de compression, qui se tracent sur la surface du corps, à la suite des glissements qui se produisent entre les molécules qui le constituent, et au delà de sa limite élastique. »

MÉCANIQUE. — *Étude critique sur la théorie générale des mécanismes.* Note de M. G. Kœnigs.

« Le nombre sans cesse croissant des combinaisons mécaniques, la complication toujours plus grande des dispositifs que l'industrie met en jeu,

rendent aujourd'hui indispensables la coordination des résultats déjà acquis en la matière, ainsi que l'institution d'une doctrine générale, susceptible de guider le chercheur et de lui frayer, au moins dans une certaine mesure, la voie de l'invention. Si l'on se reporte à l'état de l'enseignement en France sur ce point de nos connaissances, on constate que l'on en est encore à la vieille classification de Monge, plus ou moins corrigée par les idées de Willis.

» La définition de Monge, d'après laquelle un mécanisme est un dispositif propre à transformer un mouvement dans un autre, est encore tout à fait courante. D'après cela, tout mécanisme donne lieu à la considération de deux mouvements : celui qui est donné et celui que le mécanisme sert à produire.

» On sait comment, en partant de ces deux mouvements, Monge et les savants de son école ont établi une classification célèbre, la première d'ailleurs qui ait été produite en la matière, car auparavant les Traités consacrés aux machines n'étaient que de simples nomenclatures ou énumérations descriptives, sans aucun souci de comparaison ni de coordination.

» Willis a très justement critiqué la classification de Monge. Il lui reproche de n'avoir égard qu'à un certain effet produit, et de se désintéresser tout à fait du *procédé* employé, en laissant de côté l'étude de la constitution intime du mécanisme. Aussi, le savant anglais, tout en reprenant, avec de judicieuses modifications, le point de vue de Monge, a-t-il bien soin d'introduire en même temps un autre ordre d'idées, dans lequel on voit intervenir la *nature des liaisons mises en jeu*. Par là, Willis s'est montré vraiment novateur. Mais il n'est pas lui-même à l'abri de la critique.

» C'est en effet surtout sur la nature du contact établi entre les couples de profils qui sont en prise que se porte son attention. Si ce contact comporte, par exemple, un roulement sans glissement, Willis placera le mécanisme dans une certaine catégorie. Dans une autre catégorie, au contraire, si le contact comporte un glissement. Malheureusement, tout mécanisme présente plusieurs couples de profils en contact : le caractère de chacun de ces contacts peut n'être pas le même, en sorte qu'un mécanisme se trouve appartenir à une catégorie ou bien à une autre, suivant que l'on s'arrête à la considération d'un contact ou à celle d'un autre. Ainsi la roue de la voiture forme *galet* avec le rail ou avec le sol, tandis qu'elle forme *glissière circulaire* avec l'essieu. Willis a donc, si l'on veut, classé les divers genres de contact que peuvent présenter les profils en prise, mais il

semble difficile de faire reposer sur cette considération une classification générale.

» L'ouvrage de Laboulaye a accentué encore les idées de Monge, en prétendant leur donner une base dogmatique et une justification *a priori*. Une tentative de ce genre a un intérêt historique réel; par son principe même, elle marque un pas en avant, puisqu'elle a pour objet de faire pénétrer la doctrine dans le domaine déductif. Il est à regretter que Laboulaye n'ait eu à appliquer son idée qu'à une doctrine aussi peu défendable.

» Bélanger a essayé de concilier Monge et Willis. M. Haton, dans son beau *Traité des mécanismes*, s'est franchement placé en dehors des idées de Monge et a adopté un point de vue analogue à celui de Willis.

» Deux idées préconçues ont pesé d'un poids très lourd sur l'œuvre des premiers cinématiciens. La première, c'est que la théorie des mécanismes devait revêtir la forme d'une classification. La seconde, c'est l'erreur qui, depuis Monge, consiste à ne voir dans un mécanisme qu'un moyen de transformer le mouvement.

» Classer de prime abord des êtres aussi complexes que le sont et peuvent le devenir les mécanismes eût dû, semble-t-il, apparaître comme chimérique *a priori*. C'est plutôt dans les idées générales qui président à leur constitution qu'il conviendrait de mettre de l'ordre et d'apporter l'esprit de coordination.

» Telle, en effet, a été l'idée de Reuleaux, dont je me propose d'analyser l'œuvre dans une prochaine Communication. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la décharge disruptive dans des électrolytes.* Note de M. K.-R. JOHNSON, présentée par M. A. Cornu.

« Dans une Note présentée à l'Académie le 15 avril (*Comptes rendus*, t. CXXXII, p. 915; 1901), MM. André Broca et Turchini ont communiqué le résultat de leurs expériences sur des décharges disruptives dans des électrolytes et en ont tiré la conclusion que l'électrolyte se comporte à peu près comme un diélectrique.

» C'est précisément ce que j'avais annoncé dans un article signé par la rédaction des *Annalen der Physik*, le 24 février (t. V, p. 125; 1901). J'avais fondé cette conclusion, en partie, sur des expériences semblables,

publiées dans ces mêmes *Annalen* (t. III, p. 744; 1900); je me permets d'attirer l'attention sur ce fait et aussi d'ajouter au rapport de MM. Broca et Turchini une observation à laquelle j'ai attribué quelque importance, comme contraire à l'explication ordinaire des phénomènes électrolytiques d'une bobine d'induction.

» Dans les expériences citées ci-dessus, j'ai fait usage d'électrodes à la Wollaston, ce qui m'a permis de faire éclater les étincelles d'une électrode indépendamment de l'autre, la distance explosive étant fournie par le gaz dégagé autour de la pointe de platine et l'étincelle passant entre cette pointe et le fluide. Pour produire les décharges, j'ai employé une bobine d'induction, un transformateur de Tesla et, enfin, un résonateur de Blondlot. Dans ce dernier cas, la décharge est tout entière supprimée. En employant une bobine d'induction, j'ai observé que le dégagement des gaz, hydrogène et oxygène, provient seulement du courant induit à la rupture, mais que le courant induit à la fermeture n'exerce aucune action électrolytique visible, ce que l'on peut constater bien aisément en fermant et interrompant le circuit primaire à la main. Évidemment, les effets électrolytiques proviennent des oscillations dont le courant induit est accompagné, mais non pas d'une action alternative des deux courants induits.

» Il est difficile de décider si l'arrangement dont ont fait usage MM. Broca et Turchini diffère essentiellement de celui de mes expériences, mais la différence des résultats doit sans doute tenir à la fréquence effective; il faudrait rechercher si la longueur d'onde calculée par eux correspond à la fréquence effective, ou si les effets proviennent des oscillations (de la fréquence 10^3 environ), lesquelles accompagnent le courant induit à la rupture. »

ÉLECTRICITÉ. — *Capacité électrique du corps humain*. Note de M. **G. de Metz**, présentée par M. H. Poincaré.

« Cette question a été deux fois traitée devant l'Académie, par M. Bordier (1895) et par M. Dubois (1898), qui ont respectivement trouvé que le corps humain possède une capacité électrique égale à 0,0025 et à 0,1650 de microfarad. La différence des valeurs numériques, comme on le voit, est trop grande pour ne pas éveiller une défiance. On est surtout surpris de n'y pas voir une étude suivie d'une nouvelle question, qui présente un certain intérêt.

» J'ai eu l'honneur de faire, à ce sujet, un Rapport détaillé au Congrès international de Physique, réuni à Paris en 1900; je suis maintenant en mesure de communiquer à l'Académie mes conclusions définitives, grâce à de nouvelles recherches, faites dans cette direction.

» Le résultat de toutes mes recherches est que la capacité électrique du corps humain est beaucoup moindre que les valeurs assignées par MM. Bordier et Dubois. Sa grandeur n'étant que 0,00011 de microfarad, il fallait des moyens expérimentaux assez délicats pour la mesurer avec sûreté.

» La méthode que j'ai choisie est celle qu'on appelle *balistique*, au moyen de laquelle on évalue les capacités des condensateurs par leurs décharges respectives à travers un galvanomètre.

» Le microfarad-étalon avec ses subdivisions jusqu'à sa 0,001 partie, ainsi que le galvanomètre d'une très grande sensibilité, ont été construits par la maison Siemens-Halske et vérifiés par la Reichsanstalt, à Berlin. Outre ce microfarad-étalon à mica, j'ai commandé à M. Edelmann un condensateur sphérique à couche d'air, d'une capacité de 0,000122 de microfarad, pour les charges à hauts potentiels, le microfarad-étalon ne supportant pas plus de 150 volts de différence de potentiel. Pour charger ces condensateurs et les personnes soumises à l'expérience, j'avais à ma disposition 500 accumulateurs, associables à volonté. Avec ces moyens, les observations présentaient un caractère très régulier et décelaient facilement les millionièmes de microfarad, c'est-à-dire les fractions du centimètre en unités électrostatiques.

» Les mesures ont été effectuées sur une vingtaine de personnes, placées dans des conditions variées, pour faire ressortir l'influence des circonstances accompagnantes, telles que : le mode d'isolement, l'effet condensant des surfaces environnantes, le rôle de la pose : debout, accroupi, bras tendu, etc.

» L'ensemble de ces études m'a démontré qu'il serait illusoire d'assimiler la capacité électrique du corps humain à celle d'un conducteur de forme ellipsoïdale pour lui fixer d'avance une valeur théorique. L'homme nu ou entièrement vêtu en métal possède des capacités à peu près égales entre elles et sensiblement supérieures à la valeur calculée au moyen des formules connues. Il n'y a donc pas de faculté condensante, comme le supposait M. Bordier, mais on peut affirmer que :

» 1° Le corps humain se charge tout comme un conducteur métallique;

» 2° Sa capacité électrique reste constante, quand on change le voltage appliqué, de 100 à 1000 volts, entre les limites d'expériences;

» 3° Elle est exactement égale à la capacité électrique d'un conducteur métallique, de la même forme et des mêmes dimensions, et paraît être en rapport direct avec la taille et le volume de la personne;

» 4° Sa valeur absolue change avec les circonstances et la pose. Elle atteint sa valeur normale, lorsque la personne en question est bien isolée, au milieu d'une grande pièce, loin des surfaces conductrices.

» La capacité augmente très sensiblement aussitôt que l'individu se trouve entouré de surfaces métalliques.

» Le Tableau suivant donne un aperçu du phénomène étudié sur une même personne.

Tableau des capacités électriques d'une même personne, en centimètres.

Le mode d'isolement.	La pose. 1. Debout, pose normale.	2. Accroupi.	3. Debout, un bras au-dessus de la tête.
I. Au milieu de la chambre, sur un tabouret isolant couvert de paraffine (40mm)	cm 87,8	cm 76,0	cm 91,2
I'. Au milieu de la chambre, sur le plancher couvert de même paraffine	133,4	126,7	140,2
II. Au milieu d'un cylindre fermé, en zinc, hauteur égale 212cm, rayon égale 69cm, sur le même tabouret couvert de paraffine (40mm)	113,2	101,4	125,0
II'. Au milieu du même cylindre, sur la paraffine (40mm)	153,7	147,0	165,0
II''. Au milieu du même cylindre, sur une feuille de caoutchouc (15mm)	180,7	140,2	185,8
III. Au milieu d'un cylindre pareil, mais plus étroit, rayon égale 34cm, sur le tabouret couvert de paraffine (40mm)	179,0	190,7	190,7
III'. Au milieu du même cylindre, sur la paraffine (40mm)	217,9	241,5	228,0

» On voit donc qu'une même personne possède plusieurs capacités, suivant les circonstances où elle se trouve. Mais la capacité normale pour la pose donnée, étant toujours la plus petite, est par là même caractéristique pour chaque individu. L'ensemble de mes recherches me permet de lui assigner, en chiffres ronds, une valeur moyenne de 10cm, ou de 0,00011 de microfarad. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la différence de potentiel et l'amortissement de l'étincelle électrique à caractère oscillatoire.* Note de M. F. **Beaulard**, présentée par M. Lippmann.

« En vue de recherches entreprises sur la dispersion électrique par la méthode de Graetz (déviation d'un ellipsoïde convenablement orienté dans un champ électrostatique alternatif) j'ai été amené, afin de déterminer la valeur efficace du champ, à étudier la différence de potentiel aux bornes d'un micromètre, entre les boules duquel éclate une étincelle ayant le caractère oscillatoire.

» J'ai utilisé, à cet effet, le dispositif suivant : des bornes d'une bobine d'induction partent deux fils parallèles A et B, de quelques mètres de longueur, dont les extrémités libres viennent aboutir respectivement aux deux plateaux d'un condensateur, tandis qu'un micromètre à étincelle (muni d'un vernier au $\frac{1}{10}$ de millimètre) placé en dérivation sur les deux fils permet de mesurer la distance explosive de l'étincelle. Un tube à vide, disposé perpendiculairement à la direction des fils, et mobile parallèlement à lui-même, permet de constater l'existence d'un champ électrostatique alternatif, pour des longueurs d'étincelles variables de $0^{cm},1$ à 1^{cm}.

» La mesure de la différence de potentiel se fait au moyen d'un électromètre absolu, analogue à celui utilisé jadis par M. Baile; cet appareil de mesures est constitué par un système de deux plateaux parallèles : l'un, à anneau de garde, est suspendu au fléau d'une balance sensible; l'autre peut être déplacé parallèlement à lui-même; la distance des deux plateaux est mesuré au $\frac{1}{10}$ de millimètre. On opère avec une surcharge de $0^{gr},05$; les plateaux, bien isolés, chargés alternativement à des potentiels égaux et de signes contraires, sont rapprochés l'un de l'autre jusqu'au moment où l'équilibre est détruit. Soit v la différence de potentiel déduite de l'application de la formule classique de l'électromètre; le Tableau suivant donne, pour des longueurs d'étincelles variables de $0^{cm},1$ à 1^{cm}, les valeurs de v et en même temps les différences de potentiel v' qui correspondent, d'après le travail de MM. Bichat et Blondlot, à la même distance explosive.

mm	v.	v'.	Différence
1............	15,73	16,10	0,37
2............	19,67	27,50	7,83
3............	23,24	38,20	14,96

mm	v.	v'.	Différence.
4	27,00	47,70	20,70
5	30,85	56,30	25,45
6	34,71	64,90	30,19
7	40,48	71,60	31,12
8	48,12	77,00	28,88
9	70,32	81,60	11,28
10	80,43	84,70	4,27

» On voit que v est, pour de courtes étincelles, peu différent de v'; l'écart augmente ensuite, passe par un maximum, pour diminuer de nouveau, et v tend vers v' pour des longueurs d'étincelles d'environ 14^{mm}. Ce résultat me paraît facile à expliquer par l'amortissement plus ou moins rapide de l'excitateur mis en jeu.

» Supposons, avec M. Poincaré (*Les oscillations électriques*, p. 164), que le potentiel soit de la forme

$$V = B e^{-\alpha t} \cos \frac{2\pi}{T}(t+k).$$

» Pendant la première période, α étant petit, on a sensiblement

$$V = B \cos \frac{2\pi}{T}(t+k).$$

» La distance explosive, mesurée au micromètre, correspond au maximum de V; telle est la signification des nombres v'; celle de v est différente. Avec l'électromètre, l'attraction des plateaux étant proportionnelle, à chaque instant, au carré de la différence de potentiel, on mesure, au contraire, $\int v^2\, dt$, et v correspond, en définitive, à la racine carrée de la valeur de cette intégrale. La valeur de $\int v^2\, dt$, pendant *une période*, est (¹)

$$B^2 e^{-2\alpha t_0} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos^2 \frac{2\pi}{T}(t+k)\, dt$$

(t_0 désignant la valeur de t au début de la période), ou

$$\frac{T}{2} B^2 e^{-2\alpha t_0},$$

(¹) Voir Poincaré, *Les oscillations électriques*, p. 164.

et l'intégrale totale $\int v^2\,dt$ a, par suite, la même valeur que la suivante

$$\int_0^\infty \frac{1}{2} B^2 e^{-2\alpha t}\,dt = \frac{B^2}{4\alpha}.$$

» Ainsi v^2, déterminé par l'électromètre absolu, correspond à la valeur $\frac{B^2}{4\alpha}$.

» On a donc, en définitive,

$$v^2 = \frac{B^2}{4\alpha} \qquad \text{et} \qquad v'^2 = B^2.$$

» On peut, par conséquent, déterminer α.

» On trouve les résultats suivants :

mm 1	$\alpha = 0,25$	mm 6	$\alpha = 0,87$
2	0,49	7	0,78
3	0,67	8	0,64
4	0,78	9	0,35
5	0,83	10	0,28

» Il résulte de ce Tableau que :

» L'amortissement, très notable pour une étincelle de 1^{mm}, diminue, passe par un minimum pour une distance explosive de 6^{mm}, pour augmenter ensuite et reprendre, au voisinage de 10^{mm}, la valeur qui correspond à une étincelle de 1^{mm}. Ceci peut s'expliquer de la façon suivante : pour une courte étincelle, il y a amortissement notable de l'énergie radiée, à cause de la haute température de l'étincelle; lorsque la longueur de l'étincelle croît, la température s'abaisse, mais pour des étincelles croissantes, l'énergie absorbée par le travail mécanique de l'étincelle croît, et l'amortissement, après avoir diminué, ne tarde pas à redevenir considérable.

» Il résulte, en définitive, de ce qui précède, que le système constitué par les fils A et B, le condensateur terminal et le micromètre à étincelle, constitue un excitateur à vibration pendulaire plus ou moins amortie, suivant la distance explosive de l'étincelle, c'est-à-dire suivant la température de l'étincelle et l'énergie mécanique correspondant au travail effectué par celle-ci. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la transmission des ondes hertziennes à travers les liquides conducteurs*. Note de M. **Charles Nordmann**, présentée par M. Janssen.

« Au cours d'une série de recherches exécutées à l'observatoire de Meudon, j'ai étudié la transparence de divers liquides conducteurs pour les oscillations électromagnétiques.

» M. Bjerknes a montré, en 1893, que les ondes hertziennes ne pénètrent pas à l'intérieur des métaux au delà d'une couche superficielle extrêmement mince et dont l'épaisseur est de l'ordre du centième de millimètre. On pouvait se demander quelles sont, pour d'autres conducteurs, tels que les électrolytes, les épaisseurs maxima que peuvent traverser les oscillations hertziennes [1].

» J'ai étudié à ce point de vue plusieurs liquides conducteurs :

» *a*. Acide sulfurique étendu, au maximum de conductibilité (369^{gr} par litre).

» *b*. Solution saturée de chlorure de sodium.

» *c*. Solution normale de chlorure de potassium ($74^{gr},55$ par litre).

» *d*. Solution de sulfate de magnésie au maximum de conductibilité (424^{gr} par litre).

» Le Tableau suivant donne les valeurs trouvées pour les épaisseurs maxima E que peuvent traverser les ondes; il indique en regard leurs conductibilités spécifiques $\frac{1}{R}$ (celle du mercure étant 10690).

		E.	$\frac{1}{R}$.
a.	SO^4H^2........	5^{mm}	0,73
b.	NaCl..........	18	0,21
c.	KCl...........	32	0,098
d.	SO^4Mg........	41	0,049

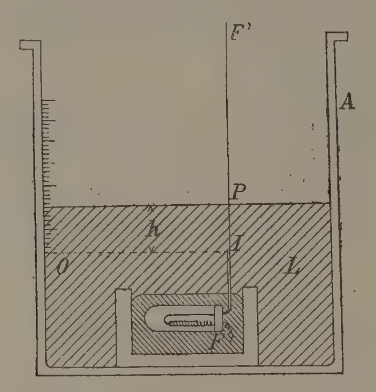
» La méthode employée est la suivante :

» Un radioconducteur très sensible à limaille d'or est placé dans une éprouvette en verre fermée hermétiquement par un bouchon et maintenue au moyen de fil de fer au centre d'une masse de mercure contenue dans une cuve en bois; l'éprouvette ainsi plongée dans le mercure constitue une enceinte absolument opaque pour les ondes hertziennes.

---

(1) M. Branly a montré en 1899 que, pour plusieurs électrolytes, une épaisseur de 20^{cm} arrête complètement les ondes; mais sa méthode ne lui a pas permis d'étudier ces liquides sous des épaisseurs différentes de 20^{cm}.

» Deux fils de cuivre de 1^{mm} reliés aux pôles du radioconducteur traversent le bouchon de l'éprouvette. L'un d'eux, F, qui est nu et court, vient plonger dans le mercure; l'autre, F', émerge verticalement d'environ $1^{m},20$ hors du mercure; il est parfaitement isolé dans son trajet à travers le mercure, et l'enveloppe isolante est enlevée à l'aide d'un canif à partir d'un point I situé à 1^{cm} environ au-dessus du niveau du mercure.



» De la sorte F' constitue une antenne qui peut conduire jusqu'au radioconducteur les oscillations électromagnétiques produites dans le voisinage. La cuve à mercure est placée dans un grand récipient cylindrique en verre A dans lequel on verse le liquide à étudier L. Les hauteurs h de ce liquide sont comptées à partir du point I, où cesse l'isolement du fil F', et une échelle millimétrique est collée à l'intérieur du récipient de façon que le zéro en soit dans le même plan horizontal que I.

» Dans ces conditions, si l'on produit dans le voisinage des oscillations hertziennes, elles tendent à se propager vers le radioconducteur en suivant la surface du fil F'; mais à partir du point P, où ce fil plonge dans le liquide, elles ont à vaincre l'absorption produite par une épaisseur h de celui-ci. En donnant à h des valeurs successivement décroissantes, on en trouve une à partir de laquelle la résistance du radioconducteur diminue sous l'influence des ondes hertziennes. Cette valeur correspond à $h = E$.

» La mesure des résistances était faite à l'aide d'un pont de Weathstone que l'on reliait d'une part à l'antenne et d'autre part au mercure de la cuve, de façon à intercaler le radioconducteur. On avait soin, avant chaque mesure, de retirer à l'aide d'une pipette tout le liquide L pour éliminer les forces électromotrices produites entre le mercure, les fils et l'électrolyte, et qui auraient pu fausser les indications du galvanomètre.

» Le générateur d'ondes employé dans ces expériences était un oscillateur de Righi à trois étincelles et intervalle d'huile actionné par une bobine de 15^{cm} d'étincelles et placé à 30^{cm} de l'antenne; l'étincelle oscillante éclate entre deux sphères de laiton de 13^{mm} de diamètre placées à 2^{mm} l'une de l'autre et soudées à deux tiges de 5^{mm} de diamètre et 17^{cm} de long dont l'autre extrémité porte deux autres sphères de 16^{mm} de diamètre; ce système est chargé par 2 sphères de 20^{mm} reliées à la bobine.

« J'ai trouvé que, dans ces conditions, l'intensité des ondes transmises au radiocon-

ducteur est sensiblement plus grande que lorsque l'oscillateur est placé à 5cm du radioconducteur et celui-ci privé de son antenne.

» On donnait aux épaisseurs *h* des valeurs successives décroissant chaque fois de 1mm, et pour chaque valeur de *h* on mesurait la résistance après trois, puis douze étincelles. Dans presque toutes les expériences la résistance du radioconducteur a diminué pour les valeurs de E données plus haut, avec trois étincelles seulement, alors que pour des épaisseurs supérieures de 1mm seulement à ces valeurs douze étincelles ne produisaient aucune action sensible.

» Les valeurs de E du Tableau précédent sont les moyennes de plusieurs séries d'expériences faites avec chacun des liquides étudiés. Les résultats ont toujours été sensiblement concordants. Ils peuvent être considérés comme exacts à 1mm près. Plusieurs expériences faites avec l'acide sulfurique au maximum de conductibilité dans les mêmes conditions, mais sans antenne, c'est-à-dire en coupant le fil F' en I, m'ont donné pour E une valeur moyenne inférieure de 1mm à celle donnée ci-dessus pour le même liquide, ce qui, tout en confirmant l'exactitude de la méthode employée, justifie l'emploi de l'antenne, dont le rôle est d'augmenter considérablement l'intensité des ondes qui pénètrent au point P dans le liquide. On peut donc considérer les valeurs de E données dans le Tableau ci-dessus comme correspondant à l'extrême limite de transparence pour les ondes hertziennes.

» Ces valeurs de E montrent que, pour les liquides étudiés, les épaisseurs maxima que peuvent traverser les ondes employées, c'est-à-dire *les transparences pour ces ondes, varient dans le même sens que les résistances, mais croissent moins vite que celles-ci.* »

PHYSICO-CHIMIE. — *Tension de vapeur des solutions. Hypothèse d'Arrhénius.* Note de M. A. Ponsot.

« On sait que l'action chimique qui se produit en vase clos entre Zn et H^2SO^4 étendu d'eau est arrêtée lorsque la pression de l'hydrogène atteint une valeur mesurable : il s'établit un équilibre chimique tel que, si la pression de l'hydrogène est augmentée, du zinc se précipite ; si, au contraire, on diminue la pression de l'hydrogène, du zinc passe en solution et une quantité équivalente d'acide disparaît pour former $ZnSO^4$. Ce n'est pas la simple pression mécanique qui agit, mais une concentration déterminée de l'hydrogène dissous dans la solution (Tamman et Nernst).

» On peut supposer que la pression P sur le zinc et la solution acide reste constante : la solution pourra néanmoins contenir une masse variable d'hydrogène si on la met en relation osmotique avec un vase où ce gaz existe seul sous une pression variable *p*. La masse d'hydrogène de la solution dépendra aussi du volume de cette solution et, par suite, de la masse *e* d'eau qu'elle renferme.

» L'équilibre chimique étant établi, *e*, P, T restant constants, si *p* décroît, l'équilibre chimique est déplacé : la concentration de l'hydrogène dissous diminue, ainsi que celle de H^2SO^4 libre; quand *p* devient infiniment petit, il en est de même de ces deux concentrations.

» P, T et *p* restant constants, et ce dernier étant fini, si l'on fait varier la masse *e* d'eau de la solution, l'équilibre est encore déplacé. En effet, si l'équilibre était indépendant de la dilution, dans un déplacement virtuel de l'équilibre (*e*, *p*, P, T constants), il n'y aurait ni dégagement, ni absorption de chaleur, ce qui n'a pas lieu dans les phénomènes de substitution : donc l'équilibre varie avec la dilution. Pour bien définir les systèmes en présence, soit *a* le nombre de molécules de H^2SO^4 mises en solution dans la masse *e* d'eau; *m* étant le nombre de molécules d'hydrogène produites dans l'action chimique est ainsi le nombre de molécules de $ZnSO^4$ qu'on peut retirer de la solution, $a-m$ est le nombre de molécules de H^2SO^4 qu'on appelle *libres*. On peut considérer *e* et *m* comme variables indépendantes et l'on n'a pas à s'occuper de ce qui se passe dans la dilution de $ZnSO^4$ et H^2SO^4.

» J'ai montré, dans ma dernière Note, que le système qui augmente dans la dilution diminue la tension de vapeur du dissolvant.

» Si l'on élève la température, l'équilibre est déplacé : le système qui s'accroît est celui dont la formation est accompagnée d'une absorption de chaleur; de plus, c'est le même système qui augmente dans la dilution. Zn déplaçant H^2 avec dégagement de chaleur, je conclus : 1° que le système $ZnSO^4 + H^2$ décroît dans la dilution et tend à disparaître quand la masse du dissolvant tend vers l'infini; 2° dans la suite des opérations élémentaires réelles et virtuelles de formation complète de ce système, la tension de vapeur croît, quelle que soit la dilution. Cette dernière conclusion est indépendante de la grandeur de *p*. La présence de Zn est sans influence; on peut donc conclure que la substitution à une masse donnée de H^2SO^4 d'une masse équivalente de $ZnSO^4$ élève la tension de vapeur du dissolvant.

» Cette expérience en suggère d'autres : substitution de Zn à Cu dans une solution aqueuse de $CuSO^4$; substitution de Br à Io dans une solution aqueuse de KIo. Cette dernière expérience peut être conçue ainsi : La solution aqueuse de KIo, sous une pression constante P, est séparée par une cloison, perméable à Br seul, d'une solution où ce métalloïde est sous une pression osmotique invariable p'; une deuxième cloison, perméable à Io seul, la sépare d'une solution où l'iode se trouve sous une pression osmo-

tique constante p. Une telle expérience est difficilement réalisable; mais elle est l'image physique de l'hypothèse mathématique qu'on peut faire que le potentiel thermodynamique de Br et celui de Io demeurent constants. On peut supposer p et p' aussi petits qu'on voudra. On conclura : La substitution, à une masse donnée de KIo en solution dans l'eau pure, d'une masse équivalente de KBr élève la tension de vapeur émise par la solution.

» Et, en général, *si, dans un dissolvant qui ne prend pas part à la réaction chimique, la substitution d'un corps* A *à un corps* B *dans le composé* BC *se produit avec dégagement de chaleur, la tension de vapeur du dissolvant est plus élevée quand il renferme une masse donnée de* AC *que quand il renferme une masse équivalente de* BC.

» Les nombreuses expériences de Tamman sur la tension de vapeur des solutions salines aqueuses, à 100°, apportent une vérification satisfaisante aux conclusions énoncées plus haut. Ce savant a tiré de ses résultats les remarques suivantes : 1° les substitutions successives de Br à Io, Cl à Br, Fl à Cl, en présence des métaux alcalins et alcalino-terreux, élèvent la tension de vapeur; 2° la tension de vapeur est également élevée quand à un radical Io, Br, CAzS, Cl, AzO^3, on unit successivement Li, Na, K, AzH^4, ou Mg, Ca, Sr, Ba. Les données thermochimiques montrent que cela est en rapport avec la chaleur dégagée dans la substitution des oxydes de ces métaux.

» II. Lorsque le dissolvant croît indéfiniment, on a vu que l'un des deux systèmes chimiques tend à remplacer l'autre entièrement. Si l'on suppose, comme dans ma Note précédente, que la solution est soumise à une pression variable P qui la met en équilibre avec le dissolvant sous une pression invariable p_1, on peut montrer que la formation entière d'un système, aux dépens de l'autre à une pression osmotique constante, se produit avec une variation du potentiel thermodynamique qui devient infinie avec la masse du dissolvant; ce qui exige que $(V_{BC}-V_{AC})_\pi$ tende vers l'infini et $\pi(V_{BC}-V_{AC})$ *vers une limite finie, positive.*

» On en déduit facilement que le *coefficient d'abaissement moléculaire limite* du point de congélation est plus petit pour le composé AC que pour le composé BC.

» Mes mesures cryoscopiques ([1]) m'ont donné pour abaissement moléculaire limite de KCl un nombre plus petit que celui de KBr : ce résultat, si contesté, est cependant en accord avec la conclusion ci-dessus.

» Quand on examine avec attention les résultats que les auteurs considèrent

---

([1]) *Recherches sur la congélation des dissolutions aqueuses étendues*, p. 105.

comme apportant une vérification très satisfaisante à l'hypothèse d'Arrhénius [1], on remarque facilement que ces résultats n'infirment pas les conclusions que je viens d'énoncer. Si je compare, par exemple, les coefficients d'abaissement moléculaire de KCl et de NaCl, je trouve entre eux les différences suivantes, toujours de même signe :

» 1° D'après Abegg, concentrations de 0,01 à 0,07 de molécule par litre : 0,6, 0,7, 0,5, 0,96, 0,8; moyenne 0,7; 2° d'après Loomis, de 0,01 à 0,40 molécule par litre : 0,74, 0,47, 0,4, 0,61, 0,86, 0,8; moyenne 0,68; 3° d'après Barnes, de 0,01 à 0,40 molécule par litre : 0,40, 0,32, 0,60, 0,57, 0,45, 0,41, 0,40; moyenne 0,45. Ces résultats semblent bien montrer que KCl et NaCl n'ont pas le même abaissement moléculaire limite.

» Si l'on admet la loi des modules pour les solutions salines, on peut la compléter par la suivante : *Un radical qui se substitue à un autre avec dégagement de chaleur a des modules cryoscopique, osmotique, tonométrique plus petits que ceux de cet autre.*

» Dans l'hypothèse d'Arrhénius, les modules des radicaux sont indépendants de leur nature. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Essai d'analyse immédiate du tissu nerveux.* Note de M. N.-**Alberto Barbieri**, présentée par M. Armand Gautier.

« L'encéphale frais de bœuf, débarrassé du sang et des enveloppes conjonctives, broyé et délayé dans le triple de son poids d'eau distillée, est exprimé à travers une toile jusqu'à former une émulsion fine et bien homogène. Cette émulsion est chauffée au bain-marie à 45°, pendant trente à quarante minutes. La liqueur refroidie est traitée par l'éther dans un flacon à robinet inférieur, de capacité suffisante. Il se forme, dans les vingt-quatre heures, deux couches bien distinctes : l'une supérieure (A), grisâtre, qui surnage; l'autre inférieure (B), blanchâtre, que l'on fait écouler par l'ouverture du bas du flacon. La couche supérieure (A) est épuisée dans le même vase par l'éther (C) jusqu'à ce que l'éther, décanté, reste incolore. On a ainsi trois groupes de substances bien distinctes, savoir : I, l'ensemble des corps solubles dans l'éther; II, l'ensemble des corps solubles dans l'eau éthérée; III, l'ensemble des corps insolubles dans les précédents véhicules neutres.

» On filtre I, on évapore l'éther et l'on saponifie légèrement le résidu par la potasse alcoolique. Le savon est repris par l'éther (a) qui laisse indissous un corps

---

[1] *On a diagram of freezing Point...*, by Prof. Maccregor.

brunâtre, très riche en soufre et en phosphore (nucléines?). On filtre, on évapore l'éther (a) et le savon est dissous dans l'eau distillée. Par filtration à la trompe, on sépare du savon dissous la cholestérine qui fond à 145°; elle se colore en rouge par l'acide sulfurique. La liqueur alcoolique faiblement acidifiée par l'acide chlorhydrique est additionnée de chlorure de sodium qui rend insolubles les acides gras que l'on isole par les méthodes connues. Les eaux mères rendues alcalines par la chaux cèdent à la distillation un corps aromatique, non défini, soluble dans l'alcool et l'éther, et qui se combine aux alcalis.

» D'autre part, les nucléines sont neutralisées et très faiblement acidifiées par l'HCl. Traitée par l'alcool bouillant, la matière devient molle, visqueuse et, sans se dissoudre, abandonne de la cérébrine. La liqueur acide qui a servi à neutraliser et à acidifier les nucléines rendues alcalines par la chaux est distillée, et le distillatum est complètement précipité par l'acétate de cuivre.

» Les substances II, traitées par l'alcool fort (100^{cc} par litre) et par le chlorure de sodium pur au $\frac{5}{100}$ à la température de 55°, donnent un précipité blanc floconneux d'une première globuline α. On filtre, et la liqueur trouble, additionnée d'une nouvelle quantité de chlorure de sodium au $\frac{1}{10}$, et à la température de 75°-80°, donne un précipité blanc, floconneux, d'une seconde globuline β. Ce deuxième précipité est moins abondant et moins riche en phosphore que le premier. On filtre, et le filtratum, au contact de la potasse pure, laisse à froid un faible précipité d'un corps albuminoïde (alcaliglobuline?). La liqueur alcaline filtrée est soumise à la distillation; par une méthode déjà indiquée [1] on sépare un chlorhydrate de ptomaïne, un corps aromatique, un corps intermédiaire entre la leucine et la butalmine et les acides gras volatils. Ces derniers me semblent être des produits normaux préexistants. On sèche séparément au bain-marie la globuline α et la globuline β, et séparément on les épuise par l'alcool bouillant qui enlève la cérébrine, les nucléines unies aux graisses, une matière colorante, un corps aromatique et un corps d'une odeur rappelant la saumure de poisson. Les globulines α et β, débarrassées par dialyse du chlorure de sodium, au contact successif des acides et des alcalis dilués, se dédoublent et laissent finalement un faible résidu.

» Les corps III sont séchés au bain-marie à 100° et épuisés par un excès d'alcool absolu bouillant. Il se sépare à froid la cérébrine en quantité, et un corps qui se dépose en gelée très réfringente, et qui gonfle dans l'eau et dans l'alcool, c'est l'homocérébrine. On évapore l'alcool, on sépare par faible saponification les graisses de la nucléine. Les autres corps du groupe III débarrassés d'alcool sont successivement épuisés, dans les appareils convenables, par le chloroforme et l'acétone. Le chloroforme évaporé laisse un résidu non azoté qui fond à 135°. L'acétone cède, après l'évaporation, un corps huileux et un autre corps cristallisable en aiguilles blanches dans l'alcool, fusible à 138°, rougissant au contact de l'acide sulfurique (érythro-cholestérine?)

» Après avoir chassé l'acétone, on fait bouillir le résidu de III pendant douze à dix-huit heures avec l'acide sulfurique faible ($\frac{5}{1000}$), on filtre, on neutralise par l'eau

---

[1] *Comptes rendus*, 30 juillet 1900.

de baryte, on sépare le sulfate barytique formé, et l'on précipite de la liqueur, par l'alcool fort, un corps albuminoïde (protéose?). Enfin, on fait bouillir presque à siccité avec une faible solution de soude au $\frac{5}{100}$, on traite la masse pâteuse par l'alcool qui enlève un ensemble de corps, basiques et autres, non définis et laisse un résidu formé en grande partie de kératine [1].

» Cette méthode emprunte à différents auteurs quelques-uns des procédés qu'elle met en œuvre. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Sur la maturation cytoplasmique et sur le déterminisme de la parthénogenèse expérimentale.* Note de M. **Yves Delage.**

« I. *La maturation cytoplasmique.* — J'ai montré, dans mes recherches antérieures, qu'il existe pour l'œuf, à côté de la maturation nucléaire, que tout le monde connaît, une maturation cytoplasmique, non soupçonnée jusque-là, et non moins indispensable que la première.

» Mes expériences actuelles montrent que cette maturation est un phénomène tout aussi précis, tout aussi localisé dans le temps et dans l'évolution de l'œuf que la maturation nucléaire. C'est par le procédé d'investigation qui m'avait servi dans les expériences de mérogonie que je suis arrivé à le démontrer.

» Les œufs d'*Asterias glacialis* présentent cette particularité avantageuse que, quel que soit leur degré de maturité générale, ils sont toujours, dans l'ovaire, au stade d'ovocyte de premier ordre et pourvus de la vésicule germinative; et c'est seulement au contact de l'eau de mer qu'ils accomplissent, et cela en une heure ou deux, leur maturation spécifique, caractérisée par l'émission des globules polaires, qui les fait passer à l'état d'œufs fécondables.

» Les fragments anucléés d'œufs venant d'être placés dans l'eau de mer et possédant leur vésicule germinative intacte sont absolument infécondables; mais, dès que la membrane de la vésicule germinative a commencé à se détruire et a permis au suc nucléaire de diffuser dans le cytoplasme, celui-ci devient apte à être fécondé et à se développer.

» Le phénomène est très évident : dès que la vésicule a pris cet aspect froissé qui indique que la pression intravésiculaire est tombée, dès qu'elle montre ces bords estompés qui indiquent la disparition de la barrière

---

(1) On peut employer cette méthode à l'étude de la moelle et des substances grise et blanche.

séparant le suc nucléaire du cytoplasme, les fragments anucléés sont très aisément fécondables, tandis que, quelques minutes auparavant, quand la membrane était intacte et la vésicule rigide, ils ne l'étaient absolument pas. Or, à ce moment, il n'y a encore aucun globule formé, aucune division des chromosomes n'est accomplie, et c'est à peine si le fuseau qui doit présider à la première division réductrice a eu le temps de se dessiner.

» Le déterminisme de la maturation cytoplasmique ne peut donc dépendre que de deux facteurs : soit peut-être une nouvelle orientation des substances produites par les fibres antipodes partant du pôle central du fuseau pour diverger dans le cytoplasme, soit plutôt la diffusion, dans le cytoplasme, du suc nucléaire, qui peut, selon sa constitution, modifier la teneur de celui-ci en eau et en sels, ou lui apporter des ferments spécifiques. Je ferai connaître prochainement les expériences entreprises pour vérifier ces deux hypothèses.

» II. *La personnalité des chromosomes.* — J'avais également, dans mes recherches antérieures, montré que les larves mérogoniques provenant d'un œuf possédant en tout $\frac{n}{2}$ chromosomes paternels arrivent à former, dans leurs cellules, n chromosomes, tout comme celles provenant d'un œuf fécondé pourvu de n chromosomes, dont $\frac{n}{2}$ maternels et $\frac{n}{2}$ paternels. J'ai constaté, dans mes expériences actuelles, que les larves de *Strongylocentrotus* obtenues par parthénogenèse expérimentale provenant d'œufs mûrs ayant émis leurs deux globules et possédant seulement $\frac{n}{2}$ chromosomes maternels, arrivent de même à former n chromosomes. Ainsi, dans tous les cas, le nombre n se rétablit par autorégulation ; c'est une constante cellulaire spécifique, et la personnalité des chromosomes n'a rien de réel.

» III. *Déterminisme de la parthénogenèse expérimentale.* — Mes expériences de parthénogenèse expérimentale sur *Strongylocentrotus* et *Asterias* m'ont donné des résultats dont certains confirment les dernières opinions de Lœb, tandis que d'autres étendent ou modifient sa théorie :

» 1° L'hypertonicité des solutions est une condition adjuvante, mais non nécessaire.

» 2° Les sels divers ont une action spécifique indépendante de leur concentration moléculaire.

» 3° Les solutions électrolytiques capables de déterminer la parthénogenèse ne sont pas seulement celles des sels alcalins. Guidé par certaines inductions théoriques basées sur le rôle que Bertrand leur a trouvé

dans les ferments oxydants, j'ai eu l'idée d'essayer les sels de manganèse et ai constaté en eux une action spécifique beaucoup plus énergique que celle des sels alcalins.

» 4° La température peut, à elle seule, surtout appliquée brusquement à un certain stade critique dont il va être question, déterminer la parthénogenèse chez *Asterias*.

» 5° Les agents divers : température, hypertonicité, nature du sel, acidification très légère par HCl, ajoutent leurs actions.

» IV. *Le stade critique de la maturation.* — J'ai montré plus haut que le moment où la membrane germinative se détruit et laisse le suc nucléaire diffuser dans le cytoplasme était celui où la fécondation mérogonique devenait possible chez *Asterias*. Ce moment est un *stade critique* dans la parthénogenèse expérimentale, car les œufs traités par les agents appropriés, à ce moment précis, donnent un tant pour cent de larves notablement supérieur à celui des œufs traités plus tôt ou plus tard. C'est à ce moment que les œufs d'*Asterias* peuvent se développer parthénogénétiquement par simple immersion dans de l'eau de mer chauffée entre 30° et 35°. Les œufs d'*Asterias* ont une tendance à la parthénogenèse naturelle, qui, à Roscoff, se manifeste seulement par quelques segmentations et de *très rares* blastules. Les agents appropriés accentuent cette tendance et lui permettent de se réaliser sur un tant pour cent d'œufs beaucoup plus élevé (5 à 80 pour 100).

» L'action des agents de la parthénogenèse expérimentale ne doit être attribuée exclusivement ni à une soustraction d'eau, ni à un *catalyseur* (Lœb), accélérateur du développement. Elle n'est qu'une excitation banale qui peut être très variée dans sa nature (physique, chimique ou mixte) et produire cependant des résultats semblables, de même qu'un choc, une action chimique, une poussée de tension artérielle produisant sur la rétine une sensation lumineuse. L'œuf est un organisme en état d'équilibre instable entre deux tendances, l'une vers l'arrêt de développement, l'attente du spermatozoïde et la mort si celui-ci ne vient pas, l'autre vers le développement parthénogénétique. De ces deux tendances opposées, l'une l'emporte plus ou moins sur l'autre dans les conditions normales; mais la plus faible peut devenir la plus forte si l'on fait subir à ces conditions des modifications appropriées, qui peuvent être de natures très diverses. Le moment où le suc nucléaire diffuse dans le cytoplasme est un stade critique où la sensibilité de l'œuf aux agents est maxima.

» V. *La parthénogenèse et les globules polaires.* — Chez l'Oursin, et peut-

être exceptionnellement chez l'*Asterias*, la parthénogenèse expérimentale fait développer des œufs ayant émis leurs deux globules polaires, mais, pour la très grande majorité des œufs d'*Asterias*, les agents interviennent en inhibant la sortie du deuxième globule et plaçant ainsi l'œuf dans les conditions de la parthénogenèse naturelle.

» Prochainement paraîtra un Mémoire dans lequel on verra que les précautions prises écartent absolument toute possibilité de fécondation accidentelle dans mes expériences. »

PALÉONTOLOGIE. — *Goniatites carbonifères dans le Sahara.* Note de M. Collot, présentée par M. Albert Gaudry.

« Le terrain carbonifère a été signalé sur différents points du Sahara; mais, parmi les fossiles cités, manquent toujours les Céphalopodes, ces témoins si précieux pour la détermination de l'âge des couches. M. Viard, lieutenant au 1er bataillon d'Afrique, m'a adressé, au milieu de beaucoup d'objets de nature diverse, recueillis dans la région saharienne, quelques fossiles ramassés au pied de la montagne qui borde l'Oued Zousfana au Ksar el Azoudj; c'est au tiers du chemin de Figuig à Igli. Ces débris portent la patine lustrée des cailloux qui ont séjourné à la surface du sol sous ce climat sec, et qui ont été lavés par le sable que balaie le vent. Il y a des tiges de Crinoïdes, des Zaphrentis et quelques Goniatites. La présence de celles-ci est particulièrement intéressante.

» Un échantillon de 47^{mm} de diamètre sur 30^{mm} d'épaisseur, avec un ombilic de 8^{mm}, est en partie pourvu de son test orné de fines costules spirales, avec lesquelles de très fines lamelles d'accroissement nouent en réseau des mailles à peu près carrées. Les lignes d'accroissement sont presque droites, à peine dirigées en arrière du rayon sur les flancs, et forment sur la région externe un sinus très largement ouvert en avant. La chambre d'habitation, probablement incomplète, forme les trois quarts du dernier tour. Celui-ci porte trois varices internes parallèles aux lignes d'accroissement. Le bord des cloisons dessine une selle siphonale légèrement bilobée, une première selle latérale aiguë, une deuxième largement arrondie. Outre la pointe du lobe siphonal bifide, il y a de chaque côté un lobe latéral aigu plus profond sensiblement que le siphonal. Entre son sommet et celui de la première selle, la ligne forme une légère inflexion.

» Je rapporte cet échantillon à *Goniatites* (sens. str. in Haug) *striatus* Sow. sp. (Ammonites), *Min. conch.*, *Pl. LIII, fig.* 1.

» L'ombilic, grand comme celui de la figure de Sowerby, est, ainsi que

lui, abrupt et non en entonnoir évasé comme dans Phillips, *Yorkshire*, t. II, *Pl. XIX, fig.* 1. L'épaisseur de la coquille diminue moins rapidement de l'ombilic vers l'extérieur que dans la figure de Sowerby ; la coquille, vue de face, est ainsi limitée par un arc moins surélevé, formant mieux le plein cintre. L'échantillon figuré par de Koninck sous le même nom, à la *fig.* 7, *Pl. XLIX*, de la *Description des Animaux fossiles du calc. carbonif. de la Belgique*, s'accroît plus rapidement que notre échantillon en épaisseur et en largeur, c'est-à-dire perpendiculairement et parallèlement au plan de symétrie. Par ce caractère, de même que par son ombilic plus large et par ses côtes plus étroites et séparées par des intervalles bien supérieurs à leur largeur, le fossile du Sahara se rapprocherait de l'*Amm. sphœricus* Mart. représenté par la *fig.* 6 de la même planche. Mais il s'en éloigne par sa forme bien moins globuleuse et par son lobe latéral prolongé plus loin que le lobe siphonal.

» L'échantillon ci-dessus est calcaire, brun à la surface, avec restes d'un schiste argileux verdâtre dans les ombilics. Un autre échantillon de même espèce et de même taille est cloisonné jusqu'à l'extrémité. Ses cloisons sont en oligiste et le remplissage est de barytine.

» Deux très petits échantillons de Goniatites en limonite, épigénie de pyrite, accompagnent les précédents. L'un à accroissement lent, à tours semi-circulaires dans la section, pourrait être un jeune de l'espèce précédente. Je rapporterais volontiers l'autre au *Prolecanites serpentinus* Phill. (*Yorkshire*, t. II, *Pl. XX, fig.* 48-50). Il a les tours à peine embrassants, à section en ellipse allongée dans le plan de la coquille, et ressemble au premier abord à quelque petit *Lytoceras*. La section est sensiblement plus aplatie que dans la *fig.* 49 de Phillips; le lobe externe a la forme d'une cloche ouverte en avant dans les deux, mais est plus étroit dans le nôtre; la première selle n'a que la longueur de la deuxième, tandis que dans la figure de Phillips l'inégalité est un peu moindre.

» Le *Goniatites striatus* et le *Prolecanites serpentinus* sont l'un et l'autre indiqués par M. Haug (1), d'après L. de Koninck, comme caractéristiques du calcaire de Visé (Dinantien supérieur) à l'exclusion du Dinantien inférieur.

» La découverte de ces Goniatites ramènerait donc à un âge un peu plus récent que celui admis par M. Ficheur (2) les couches carbonifères du

(1) *Étude sur les Goniatites* (*Mém. Soc. géol.*, p. 63 ; 1898).

(2) *Comptes rendus*, p. 288; 23 juillet 1900.

Sahara oranais, ou bien elle montrerait qu'il y a plusieurs niveaux, parmi lesquels celui qui a fourni nos Goniatites pourrait être contemporain des couches observées par Foureau dans le Tassili Adzjer. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Photomètre physiologique*. Note de M. **G.-M. Stanoiévitch**, présentée par M. Janssen.

« Dans les mesures photométriques, on compare une source lumineuse donnée à une autre source, prise comme unité, soit directement, soit en se servant d'une unité intermédiaire. Pour les travaux de laboratoire, ces mesures se font facilement et avec une précision suffisante. Mais, quand il s'agit de déterminer l'intensité de certaines sources lumineuses en dehors des laboratoires, dans les rues, par exemple, on rencontre dans ces mesures de grandes difficultés. Les étalons lumineux (lampe décimale, bougie, lampe Carcel) sont généralement des flammes qui exigent, entre autres conditions, une atmosphère complètement calme, ce qui est très rarement réalisé. Si l'on se sert de l'électricité pour lampe étalon, les difficultés ne sont pas moindres. Le mieux serait de se passer des étalons dans les mesures photométriques, ce qui peut être atteint en se servant du photomètre physiologique dont nous allons exposer la théorie.

» Nous partons du principe qu'une quantité d'énergie lumineuse minimum et constante est nécessaire pour produire l'impression lumineuse sur la rétine de l'observateur. Si l'on se trouve dans un espace complètement obscur, où l'on ne peut distinguer aucun objet en détail, il faudra une quantité d'énergie lumineuse déterminée pour pouvoir distinguer nettement un détail quelconque, un triangle ou un cercle, dessiné, par exemple, sur une feuille de papier. Il est évident que cette quantité minimum varie dans les limites de variation de l'équation personnelle de l'observateur, mais ces variations sont approximativement de même ordre que celles qui influent en général dans les mesures photométriques.

» Le photomètre rappelle par sa forme une petite lunette de 20^{cm}-25^{cm} de longueur et de 4^{cm}-5^{cm} de diamètre. D'un côté, un verre dépoli reçoit les rayons dont nous voulons évaluer l'intensité. A 4^{cm}-5^{cm} plus loin est fixé un diaphragme iris, dont on peut faire varier l'ouverture extérieurement à volonté; le tambour du diaphragme est divisé en millimètres. L'ouverture du diaphragme, éclairé par le verre dépoli, se trouve placé au foyer principal d'une lentille convexe, de sorte que les rayons sortant de la lentille

se propagent parallèlement. Une partie de ces rayons éclaire une petite ouverture ronde (de 4^{mm}-5^{mm}) pratiquée dans une plaque métallique mince, qui se trouve à quelques centimètres plus loin. Cette ouverture est observée de l'autre bout de l'appareil, à l'aide d'une loupe.

» On se sert de l'appareil de la façon suivante : on ferme presque complètement le diaphragme, de sorte qu'en regardant par la loupe on ne distingue rien du tout. L'œil une fois accoutumé à l'obscurité, on ouvre progressivement le diaphragme jusqu'à ce qu'on puisse distinguer nettement l'ouverture ronde; on note la division du tambour. En éloignant ou en rapprochant la source lumineuse, on ouvre ou l'on ferme davantage le diaphragme pour apercevoir distinctement la même ouverture. On vérifie de cette manière la loi des carrés des distances à l'aide d'une source lumineuse quelconque.

» Pour se servir de l'instrument dans la rue il faut préalablement le graduer. On place un étalon, la bougie décimale, par exemple, à une distance de 5^m. On note la division du tambour, où l'on aperçoit distinctement la surface ronde. On met ensuite à la même place une autre source lumineuse dont on connaît l'intensité, par exemple une lampe Carcel, et l'on note encore la division du tambour. En continuant cette opération avec d'autres intensités connues, on construit une courbe de variations de l'impression produite sur la rétine par des sources différentes, en prenant comme abscisses les divisions du tambour et comme ordonnées les intensités correspondantes.

» Une fois dans la rue, on aura simplement le soin de se placer à une distance de 5^m (si la graduation est faite pour cette distance) et d'observer l'apparition de la surface ronde éclairée par la source d'intensité inconnue. On notera la division du tambour et, avec ce chiffre comme abscisse, on trouvera immédiatement, à l'aide de la courbe, l'ordonnée correspondante, c'est-à-dire l'intensité de la source en bougies décimales. On conçoit que, dans une même soirée, on pourra déterminer l'intensité d'un nombre considérable des lampes.

» Pour éviter toute sorte d'erreurs, la plaque qui porte l'ouverture ronde peut tourner et présenter ainsi à l'œil successivement d'autres ouvertures de formes différentes, en forme de triangle, de carré, de croix, etc., toutes ces ouvertures ayant une même section absolue.

» Nous ajouterons, en terminant, qu'on trouvera peut-être au commencement quelques résultats incohérents; mais, une fois habitué à l'expérience, on détermine facilement les intensités des lampes, en plein air, avec une exactitude de 10 pour 100, ce qui est tout à fait suffisant pour ce genre de mesures. »

M. **Th. Tommasina** communique à l'Académie, par l'intermédiaire de M. *A. Cornu*, une Note dans laquelle il a décrit une expérience confirmant l'explication, proposée par M. A. Righi, d'un phénomène observé par MM. Hagenbach et Zehnder, à savoir l'extinction des étincelles du

résonateur des ondes hertziennes par une plaque métallique placée axialement.

M. **A. Guépin** adresse une nouvelle Note sur « La prostate et les réflexes urinaires ».

La séance est levée à 4 heures.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 29 juillet 1901.

Congrès géologique international. Comptes rendus de la VIIIe session, en France, Ier et IIe fasc. Paris, Le Bigot. 1901; 2 vol. in-8°. (Présentés par M. Gaudry.)

Description des machines et procédés pour lesquels des brevets d'invention ont été pris. 1899, 5e partie, 287982 à 289005. Paris, Imprimerie Nationale, 1901; 1 vol. in-8°.

Congrès international de Météorologie, tenu à Paris du 10 *au* 16 *septembre* 1900. *Procès-verbaux sommaires,* par Alfred Angot. Paris, Imprimerie Nationale, 1901; 1 br. in-8°.

United States geological Survey, Charles-D. Walcott, director. *Twentieth annual Report,* 1898-1899; Parts III, IV and VII. Washington, Government printing Office, 1900; 3 vol. in-8°.

Observations critiques sur la réalité des espèces en nature au point de vue de la systématique des végétaux, par S. Belli. Turin, Charles Clausen, 1901; 1 br. in-8°. (Hommage de l'Auteur.)

Les Moustiques, anatomie et biologie, par A. Daruty de Grandpré et D. d'Emmerez de Charmoy. Port-Louis, île Maurice; *The Planters and commercial Gazette,* 1900; 1 br. in-8°. (Hommage des Auteurs.)

Preliminary Report on the cape nome gold region Alaska. Washington, Government printing Office, 1900; 1 br. in-8°.

The Kyoto imperial University Calendar (1900-1901). Kyoto, published by the University, 1901; 1 br. in-8°.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 5 AOUT 1901.

Société d'Histoire naturelle d'Autun. 12e bulletin, 1re et 2e parties, et 13e bulletin. Paris, Doin, 1899. 3 vol. in-8°. (Présentés par M. Albert Gaudry.)

Annuaire de la Marine pour 1901. Paris, Imprimerie Nationale, 1901; 1 vol. in-8°.

La Vie sur les hauts plateaux, par le prof. A. HERRERA et le Dr VERGARA LOPE. Mexico, J. Escalante, 1899; 1 vol. in-8°. (Hommage de la Société scientifique Antonio Alzate.)

Universidad central de España. Memoria del curso de 1899 *a* 1900 *y annuario del de* 1900 *a* 1901. Madrid, Imprenta colonial, 1901; 1 vol. in-8°.

United States Geological Survey. Twentieth annual Report 1898-99. Part. II et V avec cartes. Washington, Government printing Office, 1900; 2 vol. in-8°.

Monographs of the United States Geological Survey, vol. XXXIX et XL. Washington, Government printing Office, 1900; 2 vol. in-8°.

Bulletin of the United States Geological Survey, nos 163 à 176. Washington, Government printing Office, 1900; 14 br. in-8°.

Mémoires de l'Université impériale de la Nouvelle-Russie à Odessa, n° 83. Odessa, 1901; 1 vol. in-8°.

Le Vremennik. Publication du lycée Demidoff, nos 80, 81, 82, Iaroslav, 1901; 3 vol. in-8°.

Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg, 8e série, vol. X, n° 8. Saint-Pétersbourg, 1900; 1 vol. in-4°.

Mémoires du Comité géologique, vol. XIII, n° 3. *Les mines d'or du district de Kotchkar dans l'Oural du Midi.* Eggers et Cie à Saint-Pétersbourg, 1900; 1 vol. in-4°.

Annales de l'observatoire physique central Nicolas, publiées par M. RYKATCHEW, année 1899, 1re et 2e parties. Saint-Pétersbourg, imprimerie de l'Académie impériale des Sciences, 1901; 2 vol. in-4°.

ERRATA.

(Tome CXXXII, Séance du 10 juin 1901.)

Note de M. *E. Vallier,* Sur les intégrales eulériennes incomplètes, etc. :

Page 1391, dernière ligne, et page 1392, deuxième ligne, *au lieu de* x^{u-1}, *lisez* x^{n-1}.

(T. CXXXIII, Séance du 22 juillet 1901.)

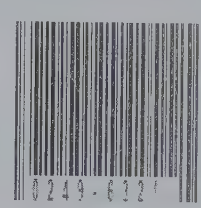
Note de M. *E. Vallier*, Sur la loi des pressions dans les bouches à feu :

Page 203, ligne 10, *au lieu de* r, *lisez* P_t.
Même page, ligne 11, *au lieu de* p_1, *lisez* P_1.
Même page, ligne 22, *au lieu de* L_1, *lisez* P_1.
Même page, ligne 25, *au lieu de* charge, *lisez* demi-charge.
Page 205, dernière ligne, *au lieu de* $y(n, x)$, *lisez* $\gamma(n, x)$.
Page 206, ligne 3, *au lieu de* n, *lisez* x.

SCANNED 60 of 1
comptes-rendus-lacademie-des-sciences-vie-academique 1901-08-12 133 7
2024-01-18
Box: IA40540323
Old Pallet: IA405403
Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences. Vie académique 1901-08-12: Vol 133 Iss 7
INTERNET ARCHIVE







NDUS

SCIENCES.

OUT 1901.

UÉ.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Un critère pour reconnaître les points singuliers de la branche uniforme d'une fonction monogène.* Note de **M. G. Mittag-Leffler.**

« Désignons par $F(\alpha)$, $F^{(1)}(\alpha)$, ..., $F^{(\mu)}(\alpha)$, ..., une suite de constantes assujetties à la condition de Cauchy que la limite supérieure des valeurs limites

$$\left|\sqrt[\mu]{\frac{1}{\underline{|\mu}}\,F^{(\mu)}(\alpha)}\right|$$

soit une quantité finie ([1]). Désignons encore par A l'étoile principale de ces constantes ([2]).

» Dans ma troisième Note : *Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction monogène* ([3]), j'ai donné différentes expressions pour la branche $FA(x)$, qui ont toutes la propriété que l'étoile est pour elles une étoile de convergence, c'est-à-dire que l'expression que je donne est uniformément convergente pour chaque domaine à l'intérieur de A, mais toujours divergente pour chaque point à l'extérieur de A. La question de savoir comment ces expressions se comportent sur la frontière même de A reste, au contraire, à élucider. On sait pourtant que les différents points de cette frontière que j'ai nommés les sommets de A sont tous des points singuliers de la branche $FA(x)$.

» La recherche des singularités de la branche $FA(x)$ et l'étude des expressions que j'ai obtenues pour $FA(x)$ sur la frontière de A ont, par conséquent, le rapport le plus intime.

» Prenons l'expression suivante de $FA(x)$ qui se trouve dans ma troisième Note

$$FA(x) = \lim_{\alpha=0} S_\alpha(x \mid \alpha),$$

$$S_\alpha(x \mid \alpha) = F(\alpha) + \sum_{\nu=1}^{\infty} G_\alpha^{(\nu)}(x-a),$$

$$G_\alpha^{(\nu)}(x-a) = \frac{r^{\nu-1} h_{\nu-1}^{(1)}(\beta)}{1!\,(\nu-1)!} F^{(1)}(a) \frac{x-a}{H} + \frac{r^{\nu-2} h_{\nu-2}^{(2)}(\beta)}{2!\,(\nu-2)!} F^{(2)}(a) \left(\frac{x-a}{H}\right)^2 + \ldots$$
$$+ \frac{r h_1^{(\nu-1)}(\beta)}{(\nu-1)!\,1!} F^{(\nu-1)}(a) \left(\frac{x-a}{H}\right) + \frac{1}{\nu!} F^{(\nu)}(a) \left(\frac{x-a}{H}\right)^\nu,$$

$$H = e^{\int_0^r \left[\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^\beta - 1\right] \frac{du}{u}},$$

$$\beta = 1 - \alpha,$$

$$0 < \alpha \leqq 1,$$

$$0 < r < 1,$$

α et r désignant des quantités positives ayant ce rapport entre elles

---

([1]) Voir *Acta math.*, t. XXIII, p. 43.

([2]) Voir, pour la définition de l'étoile principale, *Acta math.*, t. XXIII, p. 48, ainsi que t. XXIV, p. 200.

([3]) *Acta math.*, t. XXIV.

que $\lim\limits_{\alpha=0} r = 1$, et $h_{\nu-\mu}^{(\mu)}(\beta) \begin{pmatrix} \mu = 1, 2, & \ldots, \nu \\ \nu = 1, 2, 3, \ldots, \infty \end{pmatrix}$ étant des polynomes en β à coefficients positifs définis par l'égalité

$$e^{m\int_0^u \left[\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^\beta - 1\right]\frac{du}{u}} = 1 + \frac{h_1^{(m)}(\beta)}{\lfloor 1}u + \frac{h_2^{(m)}(\beta)}{\lfloor 2}u^2 + \ldots + \frac{h_\alpha^{(m)}(\beta)}{\lfloor \alpha}u^\alpha + \ldots.$$

» On voit immédiatement, en s'appuyant sur les mêmes considérations par lesquelles j'ai obtenu cette expression, non seulement que la branche fonctionnelle $FA(x)$ embrasse le point x tant que, pour une valeur déterminée de α, l'inégalité [1]

$$\lim_{\nu=\infty} \text{sup.} \left| \mathcal{G}_\alpha^{(\nu)}(x-a) \right| < 1$$

a lieu, mais encore que l'inégalité

$$\lim_{\nu=\infty} \text{sup.} \left| \mathcal{G}_\alpha^{(\nu)}(x-a) \right| < 1$$

aura toujours lieu pour des valeurs suffisamment petites de α tant que x appartient à $FA(x)$.

» On peut donc énoncer le théorème suivant :

» *Désignons par* ε *et* s *deux quantités positives quelconques plus petites que un. La condition nécessaire et suffisante pour que le point* x *soit un sommet de l'étoile* A *est que l'inégalité*

$$\left| \frac{r^{\nu-1} h_{\nu-1}^{(1)}(\beta)}{\lfloor 1 \lfloor \nu-1} F^{(1)}(a) \frac{x-a}{H} + \frac{r^{\nu-2} h_{\nu-2}^{(2)}(\beta)}{\lfloor 2 \lfloor \nu-2} F^{(2)}(a) \left(\frac{x-a}{H}\right)^2 + \ldots \right.$$
$$\left. + \frac{r h_1^{(\nu-1)}(\beta)}{\lfloor \nu-1 \lfloor 1} F^{(\nu-1)}(a) \left(\frac{x-a}{H}\right)^{\nu-1} + \frac{1}{\lfloor \nu} F^{(\nu)}(a) \left(\frac{x-a}{H}\right)^\nu \right| > (1-\varepsilon)^\nu$$

ait lieu indépendamment de α, *si petit que l'on ait pris* ε, *pour une infinité de valeurs de* ν, *tandis que l'inégalité*

$$\frac{r^{\nu-1} h_{\nu-1}^{(1)}(\beta)}{\lfloor 1 \lfloor \nu-1} F^{(1)}(a) \frac{(x-a)(1-s)}{H} + \frac{r^{\nu-2} h_{\nu-2}^{(2)}(\beta)}{\lfloor 2 \lfloor \nu-2} F^{(2)}(a) \left[\frac{(x-a)(1-s)}{H}\right]^2 + \ldots$$
$$+ \frac{r h_1^{(\nu-1)}(\beta)}{\lfloor \nu-1 \lfloor 1} F^{(\nu-1)}(a) \left[\frac{(x-a)(1-s)}{H}\right]^{\nu-1}$$
$$+ \frac{1}{\lfloor \nu} F^{(\nu)}(a) \left[\frac{(x-a)(1-s)}{H}\right]^\nu < (1-\varepsilon)^\nu,$$

---

(1) Je désigne avec Cauchy par $\lim\limits_{n=\infty} \text{sup.}\, u_n$ la limite supérieure des valeurs limites des u_n.

en prenant d'abord α *et puis* ε *suffisamment petits, ait toujours lieu pour des valeurs suffisamment grandes de* ν.

» Ce théorème, en élucidant comment l'expression

$$\lim_{\alpha=0} S_\alpha(x \mid a)$$

se comporte pour un sommet de A, donne en même temps un critère pour reconnaître un tel sommet. Je viens d'employer pour fonction génératrice (¹) à l'expression $S_\alpha(x \mid a)$ la fonction

$$f(u \mid \alpha) = \frac{u}{v} e^{\int_v^u \left[\left(\frac{1+u}{1-u}\right)^\beta - 1\right] \frac{du}{u}},$$

ayant la propriété essentielle que le point u qui correspond à $v = 1$ n'est pas un point singulier de $f(u \mid \alpha)$. En employant d'autres fonctions génératrices ayant cette même propriété, on obtient évidemment de nouveaux critères de formes différentes.

» Un critère d'une forme bien simple se présente si l'on choisit pour $f(u \mid \alpha)$ la fonction génératrice de M. Fredholm (²)

$$f(u \mid \alpha) = \frac{\operatorname{Log}[1 - (1-\alpha)u]}{\operatorname{Log} \alpha}.$$

» Le critère devient alors :

» *Désignons par* Σ *et* S *deux quantités positives quelconques plus petites que un, et désignons par* $e_1^{(\nu)}, e_2^{(\nu)}, \ldots, e_{\nu-1}^{(\nu)}$ *des constantes définies par la formule*

$$\lambda(\lambda+1)(\lambda+2)\ldots(\lambda+\nu-1) = \lambda^\nu + e_1^{(\nu)}\lambda^{\nu-1} + \ldots + e_{\nu-1}^{(\nu)}\lambda.$$

» *La condition nécessaire et suffisante pour que* x *soit un sommet de l'étoile* A *est que l'inégalité*

$$\left| e_{\nu-1}^{(\nu)} F^{(1)}(a) \frac{x-a}{\log \frac{1}{\alpha}} + \ldots + e_1^{(\nu)} F^{(\nu-1)}(a) \left(\frac{x-a}{\log \frac{1}{\alpha}}\right)^{\nu-1} + F^{(\nu)}(a) \left(\frac{x-a}{\log \frac{1}{\alpha}}\right)^\nu \right|$$
$$> \lfloor \nu \left(\frac{1-\varepsilon}{1-\alpha}\right)^\nu$$

ait lieu indépendamment de α, *si petit qu'on ait pris* ε *pour une infinité de va-*

(¹) *Acta math.*, t. XXIV, p. 219.
(²) *Comptes rendus*, 25 mars 1901.

leurs de ν, *tandis que l'inégalité*

$$\left| e_{\nu-1}^{(\nu)} F^{(1)}(a) \frac{(x-a)(1-s)}{\log \frac{1}{\alpha}} + \ldots + e_{1}^{(\nu)} F^{(\nu-1)}(a) \left[\frac{(x-a)(1-s)}{\log \frac{1}{\alpha}} \right]^{\nu-1} + F^{(\nu)}(a) \left[\frac{(x-a)(1-s)}{\log \frac{1}{\alpha}} \right]^{\nu} \right| < \lfloor \nu \left(\frac{1-\varepsilon}{1-\alpha} \right)^{\nu},$$

en prenant d'abord α *et puis* ε *suffisamment petits, ait toujours lieu pour des valeurs suffisamment grandes de* ν.

» Je me réserve de revenir en une autre occasion sur les différentes applications qu'on peut faire de mes théorèmes. Mais je ne dois pas finir cet article sans rappeler que M. Hadamard a donné, dans sa Thèse, un critère pour reconnaître si un point situé sur la circonférence du cercle des convergences de la série de Taylor

$$F(a) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\lfloor \nu} F^{(\nu)}(a)(x-\alpha)^{\nu}$$

est un point singulier ou non, et que ce critère a été modifié après, d'une manière fort intéressante, par M. Lindelöf [1]. »

CORRESPONDANCE.

MÉCANIQUE. — *Sur la déformation infiniment petite d'un ellipsoïde élastique soumis à des efforts donnés sur la frontière.* Note de MM. **Eugène** et **François Cosserat**, présentée par M. Appell.

« Les problèmes les plus simples, relatifs à la déformation infiniment petite d'un ellipsoïde élastique dont la surface a pour équation

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0,$$

conduisent à résoudre la question suivante : déterminer une série de nombres k_i et de déplacements (U_i, V_i, W_i) qui leur sont associés, vérifiant à l'intérieur de l'ellipsoïde les équations

$$(1) \qquad \Delta_2 U_i + k_i \frac{\partial \theta_i}{\partial x} = 0, \qquad \Delta_2 V_i + k_i \frac{\partial \theta_i}{\partial y} = 0, \qquad \Delta_2 W_i + k_i \frac{\partial \theta_i}{\partial z} = 0,$$

---

(1) *Remarques sur un principe général de la théorie des fonctions analytiques* (*Acta Societatis Scientiarum Fennicæ*, t. XXIV).

et à la frontière trois conditions telles que la suivante :

$$(2)\quad \begin{cases} h_1 U_i + h'_1 \Big[(k_i - 1)\dfrac{x}{a^2}\Theta_i + 2\dfrac{x}{a^2}\dfrac{\partial U_i}{\partial x} \\ \qquad + \dfrac{y}{b^2}\Big(\dfrac{\partial V_i}{\partial x} + \dfrac{\partial U_i}{\partial y}\Big) + \dfrac{z}{c^2}\Big(\dfrac{\partial W_i}{\partial x} + \dfrac{\partial U_i}{\partial z}\Big)\Big] = 0, \end{cases}$$

les h, h' étant des constantes données.

» Dans notre Note du 8 août 1898, nous avons déjà fait connaître que, dans le cas où les constantes h'_1, h'_2, h'_3 sont nulles, les fonctions U_i, V_i, W_i sont des polynomes entiers en x, y, z.

» *Il en est de même dans le cas général.*

» Si l'on exprime, en effet, que trois polynomes entiers U_i, V_i, W_i vérifient les équations (1) et les conditions à la frontière (2), on trouve, pour déterminer les coefficients de ces polynomes, un système d'équations linéaires et homogènes dont le nombre est égal à celui des coefficients; en annulant le déterminant de ce système, on a, pour déterminer le nombre k_i qui figure dans les équations (1) et (2), une équation algébrique entière; cette équation admet généralement la racine -1, comme on devait s'y attendre, et ses autres racines sont réelles et distinctes. On parvient facilement à cette conclusion qu'il existe un système de polynomes du premier degré, trois systèmes de polynomes du deuxième degré, cinq systèmes de polynomes du troisième degré, et, en général, $2n+1$ systèmes de polynomes de degré $n+1$ satisfaisant aux conditions indiquées plus haut et correspondant à des nombres k_i différents de -1.

» *Supposons que les constantes h_1, h_2, h_3 soient nulles, hypothèse qui répond au problème où les efforts sur la frontière de l'ellipsoïde sont donnés.*

» Voici, dans ce cas, les résultats relatifs aux polynomes des trois premiers degrés.

» Le système de polynomes du premier degré est

$$U = Ax, \qquad V = Ay, \qquad W = Az,$$

où A est une constante arbitraire, *et la valeur correspondante de k est $\frac{1}{3}$.*

» Les trois systèmes de polynomes du second degré sont donnés respectivement par trois systèmes de formules tels que le suivant :

$$U = A(x^2 - y^2 - z^2), \qquad V = 2Axy, \qquad W = 2Azx,$$

A étant une constante arbitraire; *les valeurs correspondantes de k sont encore égales à $\frac{1}{3}$.*

» Les cinq systèmes de polynomes du troisième degré se partagent en deux groupes.

» Un premier groupe contient la solution définie par les formules

$$\begin{aligned}
U &= Akxyz,\\
V &= Az\left[-\frac{k}{2}x^2 - \frac{k-1}{4}\left(y^2 - \frac{1}{3}z^2\right) + \frac{k\left(x^2 - \frac{1}{3}z^2 + \frac{1}{2}c^2\right)}{c^2\left(\frac{3}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)}\right],\\
W &= Ay\left[-\frac{k}{2}x^2 - \frac{k-1}{4}\left(z^2 - \frac{1}{3}y^2\right) + \frac{k\left(x^2 - \frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{2}b^2\right)}{b^2\left(\frac{3}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)}\right],
\end{aligned}$$

et deux solutions analogues; les valeurs correspondantes de k sont données par trois formules telles que la suivante :

$$k = \frac{1}{3 + \dfrac{4a^2}{b^2c^2\left(\frac{3}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)}}.$$

» Les solutions du second groupe ont des expressions trop longues pour figurer dans cette Note; nous observerons qu'elles conduisent immédiatement aux résultats particuliers obtenus par M. Chree [1] en 1895, et nous nous bornerons à donner les indications suivantes. Posons

$$\begin{aligned}
H_a = &-\frac{8k}{3k-1}\frac{1}{a^4} + \frac{1}{a^2}\left(\frac{3}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)\\
&- \frac{1}{b^2}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{3}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) - \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{3}{c^2}\right),
\end{aligned}$$

avec des formules analogues pour H_b, H_c obtenues par permutation circulaire de a, b, c, et

$$K_a = \begin{vmatrix}
\frac{1}{a^2} & \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{3}{c^2}\right) & \frac{1}{b^2}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{3}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)\\
\frac{1}{b^2} & H_b & \frac{1}{a^2}\left(\frac{3}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)\\
\frac{1}{c^2} & \frac{1}{a^2}\left(\frac{3}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) & H_c
\end{vmatrix}$$

---

[1] C. Chree, *The equilibrium of an isotropic elastic solid ellipsoïd under the action of normal surface forces of the second degree and bodily forces derived from a potential of the second degree* (*Quarterly Journal*, vol. XXVII, p. 338-353; 1895).

avec des formules analogues pour K_b, K_c obtenues également par permutation circulaire de a, b, c. Les valeurs de k correspondant aux solutions du second groupe sont les racines de l'équation du second degré

$$\frac{1}{a^2}\left(\frac{3}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)K_a+\frac{1}{b^2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{3}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)K_b+\frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{3}{c^2}\right)K_c=0.$$

Les six composantes de l'effort en un point de l'ellipsoïde sont données par des formules telles que les suivantes :

$$\mathfrak{N}_1 = + A\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1\right)\left[\frac{1}{b^2}(K_a+K_b-K_c)+\frac{1}{c^2}(K_a-K_b+K_c)\right] - 2A\frac{y^2}{b^4}(K_a+K_b-K_c) - 2A\frac{z^2}{c^4}(K_a-K_b+K_c),$$

$$\mathfrak{T}_1 = \frac{2A}{b^2c^2}(-K_a+K_b+K_c)yz.$$

» La méthode précédente suivant laquelle nous déterminons successivement les nombres k_i et les fonctions U_i, V_i, W_i qui leur sont associées, de façon à vérifier les (1) et les (2), conduit d'une manière naturelle, dans le cas de l'ellipsoïde, à la notion des données telles que la solution des équations de l'élasticité soit formée de trois fonctions rationnelles de ξ. Nous aurons prochainement l'occasion de montrer, dans le cas général, l'intérêt que peuvent présenter de telles données. »

ÉLASTICITÉ. — *Vérification de la relation qui existe entre l'angle caractéristique de la déformation des métaux et le coefficient de restitution de leur élasticité.* Note de M. G. GRAVARIS.

« Dans une Note que j'ai eu l'honneur de soumettre au jugement de l'Académie, j'ai été conduit à admettre comme probable que l'action d'un effort d'extension ou de compression fait naître, chez les corps imparfaitement élastiques, deux ondes longitudinales, non superposables, et deux autres transversales, également distinctes. Qu'il me soit permis de vérifier cette conclusion par les considérations suivantes :

» Le son se propageant le long d'un cylindre au moyen de vibrations longitudinales, la valeur A, mesurée directement, de sa vitesse de propagation, doit être à celle B, qu'on trouve par une des méthodes indirectes, comme $\sin\alpha$ à 1. Dans le cas des fluides, l'angle α a très approximative-

ment la valeur $\frac{\pi}{2}$, et les deux quantités A et B sont généralement égales. Dans le cas des solides, il n'existe que les mesures directes de Biot, lesquelles ont donné, pour un tuyau en fonte de fer et une température de 11°, l'équation

$$\frac{951,2}{V} - \frac{951,2}{A} = 2,5.$$

» Si, d'après les résultats obtenus par Regnault, on prend pour la vitesse de propagation du son dans l'air du tuyau $V = 338^{m}$, on tirerait de cette équation $A = 3029^{m}$. Le coefficient d'élasticité de la fonte n'est pas bien connu. La valeur la plus vraisemblable paraît en être 12×10^{9}, trouvée par Tredgold ([1]) au moyen d'expériences de flexion; celles-ci ont en effet donné, pour les coefficients d'élasticité du fer et de l'acier, des valeurs assez approchées de celles qu'ont fournies, pour ces derniers métaux, les expériences de Wertheim et celles de M. Amagat. Avec cette valeur et pour une densité de 7,4, on trouverait $B = 3999^{m}$. Par conséquent, $\alpha = 49°39'$: valeur probablement un peu trop faible, mais qui, vu l'incertitude des données numériques, peut être invoquée, je crois, à l'appui des considérations qui l'ont fait naître.

» D'après les mêmes considérations, l'imperfection de l'élasticité ne fait que décomposer la réaction élastique produite par la vibration d'une molécule, en une force de tension et une autre de pression, dont le rapport à leur résultante est respectivement égal à $\sin^2\alpha$ et $\cos^2\alpha$. Par conséquent, que le corps soit ou non parfaitement élastique, l'augmentation de l'unité de son volume, toutes choses égales d'ailleurs, doit être dans les deux cas la même. Comme, d'autre part, le coefficient de Poisson a la valeur $\frac{1}{4}$, pour un solide parfaitement élastique, j'aurai

$$(1') \qquad \mu \sin^2\alpha = \frac{1}{4}.$$

» J'ai comparé, dans le Tableau suivant, aux valeurs de μ trouvées expérimentalement par M. Amagat, celles que donne la relation (1′) pour quatre substances dont la valeur de l'angle α est connue.

([1]) Poncelet, *Introduction à la Mécanique industrielle*, p. 383; 1870.

Substance.	Valeur de l'angle α.	Valeur de μ calculée.	Valeur de μ trouvée par M. Amagat.
Verre..........	84°	0,2528	0,2451
Acier..........	63	0,3149	0,2686
Cuivre	62	0,3207	0,3270
Plomb..........	53	0,3920	0,4282

PHYSICO-CHIMIE. — *Sur la couleur des ions*. Note de M. G. VAILLANT, présentée par M. J. Violle.

« La théorie des ions, appliquée à la coloration des solutions, entraîne les conséquences évidentes suivantes :

» 1° Dans des solutions complètement dissociées, ne contenant qu'un ion coloré, la coloration est indépendante de la nature de l'autre ion ;

» 2° Si, au contraire, l'ionisation est incomplète, la coloration varie avec la concentration et la nature de l'ion non coloré ;

» 3° La coloration d'une solution de concentration quelconque doit, dans le cas le plus ordinaire, se relier à son degré de dissociation par une formule à deux modules, et deux seulement, caractérisant l'un la molécule complète, l'autre la molécule dissociée.

» Ce sont ces trois propositions qu'on s'est proposé de vérifier. Les mesures ont été faites au spectrophotomètre Gouy et sur les permanganates de K, Ba et Zn. La même cuve à absorption a servi à toutes les déterminations.

» 1° Si un faisceau homogène I_λ traverse une épaisseur l d'une solution complètement dissociée de permanganate renfermant n équivalents-grammes par litre, son intensité prend la valeur

$$i_\lambda = I_\lambda e^{-nla_\lambda},$$

a_λ étant un facteur caractéristique de l'ion MnO^4 et de la radiation λ, indépendant de la nature du permanganate considéré.

» L'équation précédente, qu'on peut écrire

$$\log i_\lambda = \log I_\lambda - nla_\lambda,$$

représente une droite en coordonnées $\log i_\lambda$ et n, à condition que l reste constant.

» Ce fait géométrique a été vérifié sur les quatre radiations

$$\lambda_1 = 0^{\mu},570, \qquad \lambda_2 = 0^{\mu},551, \qquad \lambda_3 = 0^{\mu},535, \qquad \lambda_4 = 0^{\mu},521$$

d'après les résultats fournis par 18 solutions, 6 de chacun des trois permanganates, de concentrations comprises entre $\frac{1}{1500}$ et $\frac{1}{8000}$. Les écarts n'ont jamais dépassé la limite des erreurs photométriques, c'est-à-dire $\frac{1}{50}$ environ.

» Pour avoir avec plus de précision le coefficient angulaire des droites précédentes, et comme second mode de vérification, on a fait sur 6 solutions, 2 de chaque permanganate, de nouvelles mesures dont chacune représente la moyenne de 20 observations, et l'on a déterminé pour chacun des trois sels la valeur du quotient

$$q_{\lambda} = \frac{\log i'_{\lambda} - \log i_{\lambda}}{n - n'}.$$

» Dans cette nouvelle série de déterminations, les $\log i$ étaient obtenus à $\frac{1}{100}$ près, ce qui entraînait sur q une erreur relative de $\frac{1}{10}$ environ. Or les valeurs de q sont 3 à 3 égales à ce degré d'approximation, comme le montre le Tableau suivant :

		$Q\lambda_1$.	$Q\lambda_2$.	$Q\lambda_3$.	$Q\lambda_4$.
$MnO^4 - K$	K..............	1010	1630	1900	2100
	$Ba\frac{1}{2}$..............	1090	1660	1900	2200
	$Zn\frac{1}{2}$..............	1070	1650	1940	2180

» 2° Soient deux solutions d'un même permanganate, de même concentration n, l'une 1 complètement dissociée, l'autre 2 dont on a rendu l'ionisation incomplète en la mélangeant d'une quantité considérable du sulfate ou du nitrate de même cathion. En faisant traverser successivement au même faisceau I_{λ} ces deux solutions, sous la même épaisseur l, on devra avoir à la sortie

pour 1......... $\log i_{1\lambda} = \log I_{\lambda} - nla_{\lambda}$
et pour 2......... $\log i_{2\lambda} = \log I_{\lambda} - nl[a_{\lambda}\delta + b_{\lambda}(1 - \delta)]$,

δ étant le degré de dissociation de 2, et b_{λ} un facteur caractéristique de λ et de la molécule de permanganate étudiée. De ces deux relations on tire

$$D_{\lambda} = \log i_{2\lambda} - \log i_{1\lambda} = nl(a - b)(1 - \delta).$$

» On a déterminé les valeurs de D_{λ} pour les quatre radiations

$$\lambda'_1 = 0^{\mu},554, \qquad \lambda'_2 = 0^{\mu},546, \qquad \lambda'_3 = 0^{\mu},537, \qquad \lambda'_4 = 0^{\mu},530.$$

Ces valeurs sont restées faibles et, sauf pour $(MnO^4)Zn\frac{1}{2}$ de l'ordre des erreurs d'expérience. Elles n'acquièrent une certaine valeur de conclusion que par la constance de leur sens dans plusieurs séries de déterminations.

» Si l'on prend d'ailleurs pour unités les valeurs moyennes de $D\lambda'_2$, on trouve pour les valeurs moyennes de $D\lambda'_1$, $D\lambda'_3$, $D\lambda'_4$ les nombres suivants :

	$D\lambda'_1$.	$D\lambda'_2$.	$D\lambda'_3$.	$D\lambda'_4$.
K..............	− 0,4	1	0,6	0,6
Ba..............	+ 0,4	1	0,8	0,5
Zn..............	+ 0,2	1	0,9	0,6

qui semblent bien témoigner d'une différence de coloration entre les trois molécules de permanganates.

» 3° Si l'on fait varier l'état d'ionisation de la solution 2, en modifiant la quantité de sel étranger ajoutée, les quantités D relatives à diverses radiations doivent varier dans le même rapport.

» Les quantités D relatives aux sels étudiés sont trop faibles pour qu'on puisse faire cette dernière vérification d'une façon précise. Toutefois, en comparant, à une solution aqueuse 1 de $MnO^4Zn^{\frac{1}{2}}$, trois solutions 2, 3, 4 de même concentration et mélangées de quantités variables de sulfate, on a obtenu le résultat assez concluant suivant :

Solutions......	2	3	4
$\frac{D\lambda'_2}{D\lambda'_3}$..........	1,10	1,11	1,11

CHIMIE. — *Sur la valeur des poids moléculaires à la température de l'ébullition.* Note de M. DE FORCRAND.

« J'ai énoncé, il y a quelques mois ([1]), la loi générale suivante : *Dans tous les phénomènes physiques ou chimiques, la chaleur de solidification d'une molécule d'un gaz quelconque est proportionnelle à sa température (absolue) d'ébullition sous la pression atmosphérique.* Ce que l'on peut exprimer ainsi :

$$\frac{L+S}{T} = \frac{L+S+q}{T'} = K = 30$$

avec une erreur possible de $\frac{1}{15}$ en plus ou en moins.

» Je donnerai prochainement, pour le cas de l'ammoniac et des sels métalliques ammoniacaux, une démonstration précise de cette loi, qui

([1]) *Comptes rendus*, t. CXXXII, p. 879.

n'est qu'une modification de celle de Trouton et de l'énoncé de M. Le Chatelier. La présente Note a seulement pour objet d'indiquer une des conséquences de cette relation générale.

» I. Remarquons en effet que, dans les formules précédentes, les termes L et S expriment (en petites calories) les chaleurs de liquéfaction et de solidification d'une molécule d'un gaz simple ou composé, en adoptant pour ce gaz le poids moléculaire généralement admis.

» Mais en réalité l'expérience donne seulement ces chaleurs de liquéfaction et de solidification pour l'unité de poids. Soient l et s ces quantités rapportées à 1^{gr} de matière. On aura :

$$\frac{(l+s)M}{T} = 30,$$

M étant le poids moléculaire supposé inconnu. De là, un moyen de calculer (lorsqu'il est incertain) le poids moléculaire à la température T.

» II. *Applications.* — Il est évident que, pour les quatorze corps simples ou composés qui m'ont servi à établir la relation générale, on trouvera pour M des nombres qui concordent à $\frac{1}{15}$ près avec les valeurs ordinaires. Je citerai seulement le brome, l'acide acétique et l'iode.

» Pour le brome

$$l + s = 60^{cal}, \qquad T = 332^{\circ},$$

$$M = \frac{332 \times 30}{60} = 166 \qquad \text{soit} \qquad Br^{2,07}.$$

» Pour l'acide acétique

$$l + s = 120^{cal},9, \qquad M = 97,02 \qquad \text{soit} \qquad (C^2H^4O^2)^{1,61},$$

ce qui est bien la condensation admise d'après la densité de vapeur. Aussi, pour obtenir $\frac{L+S}{T} = 30$, j'avais dû corriger la valeur de L d'après la densité de vapeur, comme Trouton l'avait fait avant moi pour établir sa relation.

» Pour l'iode, on ne trouve un rapport voisin de 30 qu'en admettant que la chaleur de volatilisation, 6083^{cal}, déterminée par Favre et Silbermann, est beaucoup trop faible, et la portant à 9000^{cal} comme le propose M. Berthelot dans sa *Thermochimie*.

» Cherchons cependant, en admettant une relation générale, quel poids moléculaire on obtiendrait pour l'iode en conservant la donnée expéri-

mentale 6083^{cal}. On a

$$l + s = 35^{cal},35, \qquad M = 381,04 \quad \text{soit} \quad I^2.$$

» Or, les plus récentes déterminations du poids moléculaire de l'iode à température relativement basse, notamment celles de MM. Oddo et Serra (ébullioscopie dans CCl^5), ont donné des valeurs comprises entre I^2 et I^4 suivant la concentration. Il ne me paraît donc pas absolument nécessaire de rejeter le nombre de Favre et Silbermann.

» Examinons maintenant d'autres corps simples ou composés (1) :

» *Mercure :* $L + S = 15960^{cal}$, $l + s = 79^{cal},80$,

$$M = 237^{cal} \quad \text{soit} \quad Hg^{1,18};$$

même en tenant compte de l'incertitude de $\frac{1}{15}$ que comporte ma relation, on aurait encore au moins $M = 220$, soit $Hg^{1,1}$. Le mercure, au *point d'ébullition normal* (+ 357° C.), ne serait donc pas formé uniquement par des molécules monoatomiques.

» *Soufre.* — Ce cas est particulièrement intéressant, à cause de ce que l'on sait déjà sur la polymérisation de cet élément.

$$L + S = 5200^{cal} \text{ pour } 64^{gr}, \qquad l + s = 81^{cal},25 \text{ pour } 1^{gr}$$

d'où

$$M = 266,1 \quad \text{soit} \quad S^{8,31}$$

ou plus exactement, en tenant compte de l'incertitude de $\frac{1}{15}$: de $S^{7,76}$ à $S^{8,86}$.

» Or ces nombres sont tout à fait d'accord avec les plus récents travaux sur la condensation du soufre. Ainsi à 468° M. Biltz a trouvé, par la densité de vapeur, $S^{7,2}$, d'autres auteurs S^8, par ébullioscopie et cryoscopie l'on a obtenu plusieurs fois S^8 et S^9.

» *Acide azotique :* $L + S = 7850^{cal}$ pour 63^{gr}, $l + s = 124^{cal},5$ pour 1^{gr},

d'où

$$M = 86,44 \quad \text{soit} \quad (AzO^3H)^{1,37};$$

la molécule serait donc en partie condensée au point d'ébullition, mais à un degré moindre que l'acide acétique.

» *Anhydride azotique.* — Ce cas est tout à fait spécial. On a en effet :

$$L = 4840^{cal}, \qquad S = 8280^{cal}, \qquad L + S = 13120^{cal} \text{ pour } 108^{gr};$$

par conséquent $l + s = 121^{cal},5$ pour 1^{gr}, d'où $M = 79,75$, soit $(Az^2O^5)\ 0,74$.

---

(1) Il n'existe qu'un très petit nombre de corps pour lesquels on connaît $l + s$. Je n'ai pu en découvrir qu'une vingtaine.

» Le poids de la molécule ne serait donc que les trois quarts du poids normal 108. Cependant les détails que donne M. Berthelot dans son Mémoire [1] ne permettent pas de supposer une décomposition de Az^2O^5 en $2\,AzO^2 + O$ pendant la volatilisation, comme il serait naturel de le penser. D'ailleurs ce n'est pas la valeur de L qui paraît exagérée, mais bien celle de S. Celle-ci est presque le double de la première, tandis que, pour tous les autres corps, S est plus petit que L. Il faut donc admettre que la solidification de Az^2O^5 liquide est accompagnée d'un phénomène anormal très exothermique, sans doute une polymérisation.

» A part ce dernier exemple, tout à fait particulier, on voit, par l'accord qui existe entre les résultats obtenus et les données déjà publiées, que la relation que j'ai énoncée permet de calculer M à la température T, résultat que les méthodes actuelles ne peuvent atteindre.

» J'étudierai prochainement le cas de certains composés dissociables, et aussi le problème inverse : détermination de $l + s$ lorsque l'on connaît M. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du chlorure de benzoyle sur le trioxyméthylène, en présence de chlorure de zinc.* Note de M. **Marcel Descudé.**

« Dans une précédente Communication [2], j'ai montré que le chlorure de zinc facilite considérablement l'union du chlorure d'acétyle avec les aldéhydes méthylique et éthylique.

» Etudiant ensuite l'action du chlorure de benzoyle sur le trioxyméthylène, j'ai signalé la formation d'un composé répondant à la formule $C^{14}H^{12}O^4$. J'ai reconnu, depuis, que cette formule est inexacte et doit être remplacée par la suivante : $C^{15}H^{12}O^4$, qui représente la composition du *dibenzoate de méthylène*

$$\left.\begin{matrix} C^5H^5-COO \\ C^6H^5-COO \end{matrix}\right\rangle CH^2$$

» J'ai donc été amené à essayer de combiner directement l'anhydride benzoïque et le méthanal.

» Dans ce but, j'ai chauffé un mélange de trioxyméthylène et d'anhydride benzoïque ; ce dernier se liquéfie, tandis que le trioxyméthylène reste inattaqué ; mais si l'on vient à introduire une petite quantité de chlorure de zinc et qu'on continue à

---

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 5e série, t. VI, p. 172.

(2) *Comptes rendus*, 24 juin 1901.

chauffer, on voit le trioxyméthylène se dissoudre peu à peu. Par le refroidissement, le tout cristallise, et, si l'on reprend la masse par une *petite quantité* d'alcool bouillant, il se dépose, après filtration et refroidissement, des cristaux identiques, comme composition, à ceux qui ont été décrits plus haut.

» Je me suis, dès lors, attaché à préparer une quantité suffisante de ce produit pour étudier ses propriétés.

» En distillant sous la pression ordinaire, on n'obtient que très peu de dibenzoate de méthylène. Il en est tout autrement si l'on opère sous pression réduite. Ayant dissous 15^{gr} de trioxyméthylène dans 55^{gr} de chlorure de benzoyle, j'ai opéré la distillation sous une pression de 2^{cm} de mercure. Le thermomètre s'est fixé à 118°, tandis qu'une certaine quantité d'un liquide incolore passait à la distillation. Le thermomètre s'étant mis ensuite à baisser, j'ai laissé refroidir le contenu du ballon distillatoire, qui s'est bientôt pris en une masse de cristaux presque exclusivement formés de dibenzoate de méthylène (30^{gr}).

» Quant au chlorobenzoate de méthylène, je n'ai pas pu l'isoler à l'état de pureté. Toutefois il est bien certain que c'est le composé qui prend d'abord naissance, ainsi que l'indiquait récemment M. Louis Henry, et il est très probable que c'est grâce à une réaction secondaire, attribuable à la présence de l'eau, que se forme le dibenzoate :

$$\left.\begin{matrix} C^6H^5-CO\,O \\ Cl \end{matrix}\right\rangle CH^2 + C^6H^5-CO\,OH = H\,Cl + \left.\begin{matrix} C^6H^5-CO\,O \\ C^6H^5-CO\,O \end{matrix}\right\rangle CH^2.$$

» J'ai effectué cette même réaction directement, en chauffant ensemble un mélange de trioxyméthylène, de chlorure de benzoyle et de benzoate de potassium, avec un peu de chlorure de zinc, et j'ai obtenu une assez forte proportion de dibenzoate.

» *Propriétés du dibenzoate de méthylène*. — C'est un corps remarquable par la facilité avec laquelle il cristallise, par évaporation lente de ses solutions, et en particulier de sa solution dans l'éther. On peut ainsi obtenir de très gros cristaux incolores, limpides et dérivant d'un prisme *clinorhombique*. Les arêtes sont presque normales aux bases, ce qui m'avait fait croire d'abord au système *orthorhombique*, comme je le signalais, *à tort*, dernièrement :

Angle de la base avec les faces	94°38′ / 85°22′
Angles des faces entre elles.................. ...	49°29′ / 130°31′

» Presque toujours on distingue de nombreuses facettes sur les arêtes et sur les angles; cependant j'ai pu obtenir un prisme sans troncatures appréciables et mesurant 3^{cm} de longueur, sur 1^{cm},5 de largeur.

» Ce corps est très biréfringent. En outre il est biaxe.

» *Solubilité*. — Elle a été déterminée dans les principaux dissolvants et voici les nombres approximatifs que j'ai obtenus pour la quantité de corps dissous dans 100^{gr} de dissolvant à la température de 24° :

Eau.	Alcool absolu.	Éther anhydre.	Acétone.	Benzène.
0	2,5	8	18	27

» *Fusion.* — Ce corps fond à 99°, en un liquide limpide, incolore, qui entre en ébullition vers 255° en se décomposant très légèrement. Mais si l'on élève la température, la décomposition devient assez rapide et du trioxyméthylène se condense sur les parois froides.

» Au bout d'un certain temps de chauffe, le produit ne se solidifie plus par le refroidissement; on a alors un liquide distillant au-dessus de 300°, que je n'ai pas encore analysé et qui, traité par l'acide azotique, se transforme en acide benzoïque.

» *Densité.* — Elle a pour valeur 1,275 à 22°.

» Quant à l'étude des propriétés chimiques, je l'ai à peine commencée. Je signalerai seulement la grande résistance qu'offre ce corps aux divers réactifs, même les plus énergiques, me réservant de poursuivre cette étude et d'en faire connaître les résultats ultérieurement. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Méthode électro-sonore pour combattre la grêle.* Note de M. G.-M. Stanoiéwitch, présentée par M. Janssen. (Extrait.)

« Il paraît démontré que les perturbations de l'état moléculaire d'un nuage à grêle, produites par une ou plusieurs ondulations, peuvent empêcher la formation de la grêle. Ces perturbations sont produites par des tores gazeux, envoyés dans le nuage par des tirs de canons grandinifuges. D'après les recherches de MM. Pernter, Directeur de l'Observatoire météorologique de Vienne, et Trabert [1], la hauteur du projectile gazeux, dans les cas les plus favorables, ne dépasserait pas 400^{m}.

» Il s'ensuit que le dérangement de l'état d'équilibre dans le nuage peut être produit quand la hauteur du nuage ne dépasse pas 400^{m} ou 500^{m} et que, dans les cas où les nuages à grêle sont plus élevés, l'action du tir est plus ou moins sans résultat. Par ce fait, entre autres, on peut expliquer les résultats contradictoires présentés au Congrès de Padoue, les 25 et 27 novembre 1900. En effet, dans le cas des orages d'une violence exceptionnelle, les nuages à grêle, venant de loin, sont ordinairement très élevés et le tir ne peut avoir sur eux qu'une action très faible ou nulle.

» Le tore gazeux, envoyé de la surface de la terre, arrive dans le nuage quand il est déjà presque au bout de ses forces, et ses effets ne peuvent pas être considérables, au moins dans beaucoup de cas. Il nous semble préférable de provoquer une forte vibration aérienne dans les hauteurs, de

---

(1) Pernter et Trabert, *Untersuchungen über das Wetterschiessen.* Vienne, 1900.

placer la source qui produit les perturbations dans le sein même du nuage ou à peu près. Pour cela, il faudrait attacher, soit à un cerf-volant (semblable à ceux qui sont employés dans la météorologie moderne pour le sondage de l'air), soit à un petit ballon captif, une forte sonnerie ou sirène électrique, à son grave ou aigu, et produire dans le nuage lui-même des vibrations aériennes beaucoup plus fortes que celles qui sont apportées par les tores. En pouvant changer à volonté la hauteur du ballon, on se placera toujours dans les meilleures conditions. Le ballon ou cerf-volant sera attaché par un fil d'acier, accompagné de deux fils de cuivre ou d'aluminium isolés, qui conduiront le courant d'une batterie placée sur le sol. On pourra aussi faire monter la batterie, si la force ascensionnelle du ballon est assez grande.... »

M. **E. Vial**, M. **A. Girard**, M. **Ch. Sibillot** adressent diverses Communications relatives à l'aviation et aux aérostats.

(Renvoi à la Commission des Aérostats, Commission qui se compose de MM. Faye, Cornu, Marey, Deprez, Léauté.)

La séance est levée à 3 heures trois quarts.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 12 aout 1901.

Mémoires de la Société nationale d'Agriculture, Sciences et Arts d'Angers. Cinquième série. Tome III, année 1900, Angers, Lachèse et Cie, 1901; 1 vol. in-8°.

Results of Meridian observations made at the Royal Observatory, Cape of Good Hope 1866 *to* 1870. Direction of sir Thomas Maclear. Edinburgh, printed for Her Majesty's stationery Office by Neill and Company, limited, 1900; 1 vol. in-8°.

Catalogue of 1905 *stars for the equinox* 1865.0 *from observations made at the Royal Observatory, Cape of Good Hope* 1861 *to* 1870. London, printed for Her Majesty's stationery Office, 1899; 1 vol. in-8°.

American Journal of Mathematics; edited by Frank Morley. Vol. XXIII, number 2. Baltimore, The Johns Hopkins Press, 1901; 1 vol. in-4°.

Annals of the Royal Observatory, Cape of Good Hope. Vol. VIII, part II. Edinburgh, printed for Her Majesty's stationery Office, 1900; 1 vol. in-4°.

A descriptive Catalogue of the Indian Deep-Sea, crustacea decapoda, macrura and anomala, in the Indian Museum, by A. Alcock. Calcutta, printed by order of the Trustees of the Indian Museum, 1901; 1 vol. in-4°.

Astronomical, magnetical and meteorological observations made at the Royal Observatory, Greenwich, 1898. Direction of W.-H.-M. Christie. Edinburgh, by Neill and C° limited, 1900; 1 vol. in-4°.

Annales of the Cape Observatory. Vol. V, by Neill and C° limited, 1900; 1 vol. in-4°.

Second ten-year Catalogue of 6892 *stars for* 1890.0, *Royal Observatory, Greenwich.* Edinburgh, by Neill and C° limited, 1900; 1 vol. in-4°.

Spectroscopic and photographic results, Royal Observatory, Greenwich, 1898. Edinburgh, by Neill and C° limited, 1899; 1 vol. in-4°.

The University of Missouri Studies; edited by Frank Thilly. *Contributions to a psychological theory of music,* by Max Meyer. Vol. I, number 1. Published by the University of Missouri, 1901; 1 vol. in-8°.